第44卷 第6期 河南师范大学学报(自然科学版) Vol. 44 No. 6
2016年11月 Journal of Henan Normal University(Natural Science Edition) Nov. 2016

文章编号:1000-2367(2016)06-0165-05 **DOI**:10.16366/j.cnki.1000-2367.2016.06.029

基于核和精确度的三参数区间灰数预测模型

李 晔,朱山丽,侯贤敏

(河南农业大学 信息与管理科学学院,郑州 450002)

摘 要:针对传统灰色预测模型只能解决实数序列和区间灰数序列预测的不足,提出了三参数区间灰数的预测模型.通过定义三参数区间灰数的核和精确度,进而得到三参数区间灰数的核序列、"重心"点序列和精确度序列,从而将三参数区间灰数序列预测转变成实数序列预测,分别对三组序列建立预测模型,在不破坏灰数整体性的前提下,推导还原得到三参数区间灰数的预测模型,并对其进行精度检验,最后用一个实例来验证所建模型的有效性和实用性.

关键词:灰色系统理论;预测模型;核和精确度;三参数区间灰数

中图分类号:N941.5 **文献标志码**:A

灰色预测模型是灰色系统理论的重要组成部分,是处理"小样本"、"贫信息"不确定性预测问题的常用方法[1].随着科技的发展和社会的进步,研究对象的复杂性、不确定性增大,传统以实数序列为建模对象的灰色预测模型受到了冲击,以区间灰数为研究对象的预测模型成为众多学者研究的重点,从而实现了灰色预测模型由实数到区间灰数的延伸,拓宽了灰色预测模型的应用范围,丰富和完善了灰色预测模型的理论体系[2].

文献[3]定义了区间灰数的标准形式,给出了基于标准形式白部和灰部的区间灰数预测模型;文献[4]以区间灰数的"核"为基础,以"灰度不减公理"为依据,构建了区间灰数的预测模型;文献[5-7]分别以核与信息域、核与测度、核与灰半径为预测对象,从而实现对区间灰数的预测;文献[8]提出了基于灰数带和灰数层的区间预测模型;文献[9]通过定义区间灰数的趋势序列和认知程度序列,分别建立预测模型,推导还原得到区间灰数的预测模型,文献[10]在此基础上研究了包含实数和区间灰数的预测问题;文献[11]提出了合成灰数灰度的定义和性质,建立了基于合成灰数的区间预测模型;文献[12]结合动力系统自记忆性原理,构建基于合成灰数灰度的区间灰数自记忆性耦合预测模型;文献[13-14]分别建立了基于区间灰数几何特征和正态分布的预测模型;文献[15]研究了基于Cramer法则的区间灰数预测模型;基于传统DGM(1,1)模型,文献[16-18]分别建立了DHGM(1,1)模型、IN-DGM(1,1)模型和指数NDGM(1,1)模型.

虽然上述文献从不同角度对区间灰数的预测模型进行了研究,但由于社会的复杂性和人们认知的局限性,区间灰数不能满足对具体信息的描述,于是出现了三参数区间灰数[19],相比区间灰数,三参数区间灰数增加了灰数取值可能性最大的"重心"点,弥补了区间灰数"贫信息"的不足.对于三参数区间灰数,文献[20-21]等纷纷对三参数区间灰数的决策方法以及排序方法进行了研究;然而现有灰色预测理论体系中并没有基于三参数区间灰数的预测模型,基于此,本文建立基于三参数区间灰数的灰色预测模型.对于三参数区间灰数,核、"重心"点和精确度三个指标能够描述三参数区间灰数信息的覆盖需求,因此本文通过对三参数区间灰数的核序列、"重心"点序列和精确度序列分别建立DGM(1,1)模型,推导还原得到三参数区间灰数的预测模型,并对预测模型进行精度检验,最后通过对一家上市公司流动资产持有量的预测来验证所建模型的有效性和实用性.

收稿日期:2015-12-03;**修回日期**:2016-09-25.

基金项目:国家自然科学基金(71271086);河南省软科学项目(122400450013);河南省人文社科项目(2017-ZZJH-233).

第1作者简介:李 晔(1972-),女,河南南阳人,河南农业大学教授,主要从事灰色系统、系统建模与评价研究.

通信作者:朱山丽(1992-),女,河南商丘人,主要从事灰色系统理论研究,E-mail:zzshanli@163.com.

1 基础理论知识

定义 1[19] 设 $A(\otimes)$ 是一个区间灰数，且灰数取值可能性最大的数已知，即区间灰数可表示为 $A(\otimes)=[\underline{a},\tilde{a},\bar{a}]$，则称之为三参数区间灰数，其中 $\tilde{a}$ 是 $A(\otimes)=[\underline{a},\tilde{a},\bar{a}]$ 取值可能性最大的数，称其为“重其心”点.

当 3 个参数中“重心”点与其中一个端点值相同时，三参数区间灰数退化为区间灰数，当 3 个参数完全相同时，退化为实数，因此区间灰数和实数是三参数区间灰数的特例.

通常情况下，三参数区间灰数的区间分布信息是很难确定的，考虑“重心”点在三参数区间灰数信息中的特殊性，参照区间灰数核的定义，给出了三参数区间灰数的核的定义.

定义 2 设 $A(\otimes)=[\underline{a},\tilde{a},\bar{a}]$ 为三参数区间灰数，则称

$$\hat{\oplus}=\frac{1}{2}\left(\tilde{a}+\frac{\underline{a}+\bar{a}}{2}\right) \tag{1}$$

为三参数区间灰数的核.

定义 3 设三参数区间灰数 $A(\otimes)=[\underline{a},\tilde{a},\bar{a}]$ 产生的背景或论域为 Ω，$\mu(\otimes)$ 为灰数 $A(\otimes)$ 取数域的测度，且 $\mu(\otimes)=\bar{a}-\underline{a}$，称 $g^{0}(\otimes)=\dfrac{\mu(\otimes)}{\mu(\Omega)}$ 为三参数区间灰数 $A(\otimes)$ 的灰度，记作 $g^{0}(\otimes_A)$.

定义 4[22] 设 $A(\otimes)=[\underline{a},\tilde{a},\bar{a}]$ 为三参数区间灰数，$g^{0}(\otimes_A)$ 为 $A(\otimes)$ 的灰度，称

$$\varepsilon(\otimes)=1-g^{0}(\otimes_A)=1-\frac{\mu(\otimes)}{\mu(\Omega)} \tag{2}$$

为三参数区间灰数 $A(\otimes)$ 的精确度.

定义 5 由三参数区间灰数 $\otimes_k=[\underline{a}_k,\tilde{a}_k,\bar{a}_k](k=1,2,\cdots,n)$ 构成的序列称为三参数区间灰数序列，设为 $A(\otimes)=(\otimes_1,\otimes_2,\cdots,\otimes_n)$，有

1) $A(\otimes)$ 中所有核组成的序列，称为 $A(\otimes)$ 的核序列，记为 $A(\hat{\oplus})=(\hat{\oplus}_1,\hat{\oplus}_2,\cdots,\hat{\oplus}_n)$；

2) $A(\otimes)$ 中所有“重心”点组成的序列，称为 $A(\otimes)$ 的“重心”点序列，记为

$$A(\tilde{\otimes})=(\tilde{\otimes}_1,\tilde{\otimes}_2,\cdots,\tilde{\otimes}_n);$$

3) $A(\otimes)$ 中所有精确度组成的序列，称为 $A(\otimes)$ 的精确度序列，记为 $A(\varepsilon)=(\varepsilon_1,\varepsilon_2,\cdots,\varepsilon_n)$.

定义 6 以三参数区间灰数的核序列、“重心”点序列和精确度序列为基础构建的灰色预测模型，简称为三参数区间灰数的“核 - 精确度”预测模型.

2 基于核和精确度的三参数区间灰数预测模型

基于核和精确度的三参数区间灰数预测模型基本思路：首先，基于三参数区间灰数的特征，求得三参数区间灰数序列的核和精确度，得到所有三参数区间灰数的核序列、“重心”点序列和精确度序列；然后，结合 DGM(1,1) 预测模型的无偏性，分别构建核序列、“重心”点序列和精确度序列的 DGM(1,1) 模型，对三参数区间灰数的核、“重心”点和精确度进行预测；推导还原得到三参数区间灰数上界、“重心”点和下界的预测值，从而实现对三参数区间灰数的预测；最后，对三参数区间灰数的预测模型进行精度检验.

2.1 三参数区间灰数序列 DGM(1,1) 模型的构建

在信息背景 Ω 下，原始三参数区间灰数序列 $A(\otimes)=(\otimes_1,\otimes_2,\cdots,\otimes_n)$，式中，灰元 $\otimes_k=[\underline{a}_k,\tilde{a}_k,\bar{a}_k]$，记相应的核序列为：$A(\hat{\oplus})=(\hat{\oplus}_1,\hat{\oplus}_2,\cdots,\hat{\oplus}_n)=(p_1,p_2,\cdots,p_n)$.

对原始序列的核序列 $A(\hat{\oplus})$ 建立 DGM(1,1) 模型

$$p_{k+1}^{(1)}=\beta_1 p_k^{(1)}+\beta_2, \tag{3}$$

式中，$p_k^{(1)}=\sum\limits_{k=1}^{n}p_k,k=1,2,\cdots,n,\hat{\beta}=(\beta_1,\beta_2)^{\mathrm{T}}$ 为参考列，且

$$Y=\begin{bmatrix}p_2^{(1)}\\p_3^{(1)}\\\vdots\\p_n^{(1)}\end{bmatrix},B=\begin{bmatrix}p_1^{(1)}&1\\p_2^{(1)}&1\\\vdots&\vdots\\p_{n-1}^{(1)}&1\end{bmatrix}. \tag{4}$$

则灰色微分方程的参数最小二乘估计为 $\hat{\beta}=(B^{\mathrm{T}}B)^{-1}B^{\mathrm{T}}Y$,得到时间响应序列

$$\hat{p}_{k+1}^{(1)}=\beta_1^k\,p_1+\frac{1-\beta_1^k}{1-\beta_1}\beta_2,k=1,2,\cdots,n, \tag{5}$$

其还原值为

$$\hat{p}_{k+1}=\hat{p}_{k+1}^{(1)}-\hat{p}_k^{(1)}=[p_1(\beta_1-1)+\beta_2]\beta_1^{k-1},k=1,2,\cdots,n-1. \tag{6}$$

同样,基于"重心"点序列 $A(\tilde{\otimes})$ 和精确度序列 $A(\varepsilon)$,记为

$$\begin{cases}A(\tilde{\otimes})=(\tilde{\otimes}_1,\tilde{\otimes}_2,\cdots,\tilde{\otimes}_n)=(q_1,q_2,\cdots,q_n),\\A(\varepsilon)=(\varepsilon_1,\varepsilon_2,\cdots,\varepsilon_n),\end{cases}$$

得到时间响应序列为

$$\begin{cases}\hat{q}_{k+1}^{(1)}=\gamma_1^k\,p_1+\dfrac{1-\gamma_1^k}{1-\gamma_1}\gamma_2,\\\hat{\varepsilon}_{k+1}^{(1)}=\omega_1^k\,p_1+\dfrac{1-\omega_1^k}{1-\omega_1}\omega_2,\end{cases} \tag{7}$$

其中 $q_k^{(1)}=\sum\limits_{k=1}^{n}q_k,\varepsilon_k^{(1)}=\sum\limits_{k=1}^{n}\varepsilon_k,k=1,2,\cdots,n$,得到还原值

$$\begin{cases}\hat{q}_{k+1}=\hat{q}_{k+1}^{(1)}-\hat{q}_k^{(1)}=[q_1(\gamma_1-1)+\gamma_2]\gamma_1^{k-1},\\\hat{\varepsilon}_{k+1}=\hat{\varepsilon}_{k+1}^{(1)}-\hat{\varepsilon}_k^{(1)}=[\varepsilon_1(\omega_1-1)+\omega_2]\omega_1^{k-1},\end{cases}k=1,2,\cdots,n-1\,. \tag{8}$$

2.2　三参数区间灰数 DGM(1,1) 模型的构建

由定义 1 知

$$\hat{\tilde{a}}_{k+1}=\hat{q}_{k+1}. \tag{9}$$

由定义 2 知,$\hat{\oplus}=\dfrac{1}{2}\left(\tilde{a}+\dfrac{\underline{a}+\bar{a}}{2}\right)$,即$\dfrac{1}{2}\left(\tilde{a}_{k+1}+\dfrac{\underline{a}_{k+1}+\bar{a}_{k+1}}{2}\right)=p_{k+1}$,则

$$\frac{1}{2}\left(\hat{\tilde{a}}_{k+1}+\frac{\hat{\underline{a}}_{k+1}+\hat{\bar{a}}_{k+1}}{2}\right)=\hat{p}_{k+1},\hat{\underline{a}}_{k+1}+\hat{\bar{a}}_{k+1}=4\hat{p}_{k+1}-2\,\hat{\tilde{a}}_{k+1}. \tag{10}$$

由定义 3 和定义 4 知,$\varepsilon=1-\dfrac{\bar{a}-\underline{a}}{\mu(\Omega)}$,即 $1-\dfrac{\bar{a}_{k+1}-\underline{a}_{k+1}}{\mu(\Omega)}=\varepsilon_{k+1}$,则

$$1-\frac{\hat{\bar{a}}_{k+1}-\hat{\underline{a}}_{k+1}}{\mu(\Omega)}=\hat{\varepsilon}_{k+1},\ \hat{\bar{a}}_{k+1}-\hat{\underline{a}}_{k+1}=\mu(\Omega)\times(1-\hat{\varepsilon}_{k+1}). \tag{11}$$

综合式(9)－(11),得到三参数区间灰数的预测值为

$$\begin{cases}\hat{\underline{a}}_{k+1}=2\hat{p}_{k+1}-\hat{q}_{k+1}-\dfrac{1}{2}\mu(\Omega)(1-\hat{\varepsilon}_{k+1}),\\\hat{\tilde{a}}_{k+1}=\hat{q}_{k+1},\\\hat{\bar{a}}_{k+1}=2\hat{p}_{k+1}-\hat{q}_{k+1}+\dfrac{1}{2}\mu(\Omega)(1-\hat{\varepsilon}_{k+1}).\end{cases} \tag{12}$$

结合(6)、(8) 和(12) 式得到三参数区间灰数的模拟预测值

$$\begin{cases}\hat{\underline{a}}_{k+1}=2[p_1(\beta_1-1)+\beta_2]\beta_1^{k-1}-[q_1(\gamma_1-1)+\gamma_2]\gamma_1^{k-1}-\dfrac{1}{2}\mu(\Omega)\{1-[\varepsilon_1(\omega_1-1)+\omega_2]\omega_1^{k-1}\},\\\hat{\tilde{a}}_{k+1}=[q_1(\gamma_1-1)+\gamma_2]\gamma_1^{k-1},\\\hat{\bar{a}}_{k+1}=2[p_1(\beta_1-1)+\beta_2]\beta_1^{k-1}-[q_1(\gamma_1-1)+\gamma_2]\gamma_1^{k-1}+\dfrac{1}{2}\mu(\Omega)\{1-[\varepsilon_1(\omega_1-1)+\omega_2]\omega_1^{k-1}\}.\end{cases} \tag{13}$$

2.3 三参数区间灰数 DGM(1,1) 模型的检验

设原始三参数区间灰数序列 $A(\otimes) = (\otimes_1, \otimes_2, \cdots, \otimes_n) = ([\underline{a}_1, \tilde{a}_1, \bar{a}_1], [\underline{a}_2, \tilde{a}_2, \bar{a}_2], \cdots, [\underline{a}_n, \tilde{a}_n, \bar{a}_n])$，相应的预测模型模拟序列

$$\hat{A}(\otimes) = (\hat{\oplus}_1, \hat{\oplus}_2, \cdots, \hat{\oplus}_n) = ([\hat{\underline{a}}_1, \hat{\tilde{a}}_1, \hat{\bar{a}}_1], [\hat{\underline{a}}_2, \hat{\tilde{a}}_2, \hat{\bar{a}}_2], \cdots, [\hat{\underline{a}}_n, \hat{\tilde{a}}_n, \hat{\bar{a}}_n]),$$ 残差序列

$$\Delta A = ([\Delta\underline{a}_1, \Delta\tilde{a}_1, \Delta\bar{a}_1], [\Delta\underline{a}_2, \Delta\tilde{a}_2, \Delta\bar{a}_2], \cdots, [\Delta\underline{a}_n, \Delta\tilde{a}_n, \Delta\bar{a}_n]) =$$

$$([\underline{a}_1 - \hat{\underline{a}}_1, \tilde{a} - \hat{\tilde{a}}_1, \bar{a}_1 - \hat{\bar{a}}_1], [\underline{a}_2 - \hat{\underline{a}}_2, \tilde{a} - \hat{\tilde{a}}_2, \bar{a}_2 - \hat{\bar{a}}_2], \cdots, [\underline{a}_n - \hat{\underline{a}}_n, \tilde{a}_n - \hat{\tilde{a}}_n, \bar{a}_n - \hat{\bar{a}}_n]),$$

相对误差序列

$$\Delta = \left(\frac{1}{3}\left(\frac{|\Delta\underline{a}_1|}{\underline{a}_1} + \frac{|\Delta\tilde{a}_1|}{\tilde{a}_1} + \frac{|\Delta\bar{a}_1|}{\bar{a}_1}\right), \frac{1}{3}\left(\frac{|\Delta\underline{a}_2|}{\underline{a}_2} + \frac{|\Delta\tilde{a}_2|}{\tilde{a}_2} + \frac{|\Delta\bar{a}_2|}{\bar{a}_2}\right), \cdots, \frac{1}{3}\left(\frac{|\Delta\underline{a}_n|}{\underline{a}_n} + \frac{|\Delta\tilde{a}_n|}{\tilde{a}_n} + \frac{|\Delta\bar{a}_n|}{\bar{a}_n}\right)\right).$$

对于 $k \leq n$，称 $\Delta_k = \frac{1}{3}\left(\frac{|\Delta\underline{a}_k|}{\underline{a}_k} + \frac{|\Delta\tilde{a}_k|}{\tilde{a}_k} + \frac{|\Delta\bar{a}_k|}{\bar{a}_k}\right)$ 为第 k 个三参数区间灰数的模拟相对误差，称 $\bar{\Delta} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\Delta_k$ 为平均相对误差. 参照精度检验等级参照表[21] 对三参数区间灰数预测模型进行检验.

2.4 预测模型步骤

综合上述计算过程，可得三参数区间灰数序列预测步骤如下：

步骤 1　根据定义 2 和定义 4 及三参数区间灰数的特征，得到三参数区间灰数序列的核序列、“重心”点序列和精确度序列；

步骤 2　分别构建三参数区间灰数的核序列、“重心”点序列和精确度序列的 DGM(1,1)模型，得到各自的模拟值和预测值；

步骤 3　推导还原得到三参数区间灰数的预测模型；

步骤 4　计算相对误差，对模型精度进行检验；

步骤 5　根据预测模型进行预测.

3 实例分析

流动资产是企业资产中流动性最大，变现能力最强的部分，也是企业生产经营的必要条件. 但是流动资产不是越多越好，过多的流动资产会增加企业的财务负担，影响企业的盈利能力；相反，流动资产的不足则会导致资金周转不周，影响企业的正常经营. 因此，合理配置流动资产持有量在财务管理中具有重要地位. 本文选用某上市公司财务部门根据实际生产经营情况制定的 1 月份至 5 月份的流动资产持有量，用三参数区间灰数表示，其中下限表示流动资产的最低持有量，低于下限则会导致公司运营中断；“重心”点表示流动资产最佳持有量；上限表示最高持有量，如果高于上限公司则会面临高额的税负.

运用本文提出的三参数区间灰数的预测模型进行分析预测，预测分析结果见表 1，从表 1 可以看出基于三参数区间灰数的预测模型模拟精度很高，可以用于三参数区间灰数的预测.

表 1　某上市公司流动资产持有量检查表

月份	实际值/万元	模拟值/万元	相对误差/%
1	[315,450,705]	[315,450,705]	0.000
2	[320,500,710]	[319,498,709]	0.284
3	[320,520,730]	[324,523,734]	0.792
4	[335,550,765]	[331,550,761]	0.572
5	[342,580,780]	[343,579,783]	0.283

从表 1 中可以看出，1－5 月份预测数据的相对误差均小于 5%，计算得到预测模型的平均相对误差 $\bar{\Delta} = 0.386\% < 5\%$，根据精度检验等级参照表[21]，可知，预测模型的精度等级为一级，可以用于三参数区间灰数序列的预测，表明该预测模型是有效可行的. 基于此，运用本文提出的三参数区间灰数预测模型对该上市公

司 6 月、7 月和 8 月 3 个月份的流动资产持有量进行预测，预测结果见表 2.

表 2　某上市公司流动资产持有量预测表　　万元

月份	6 月	7 月	8 月
预测值/万元	[352,609,807]	[368,640,828]	[380,641,850]

4 结　语

传统灰色预测模型大都是对实数或区间灰数进行预测，很少有学者对三参数区间灰数运用灰色预测模型进行预测，基于此，本文建立了基于三参数区间灰数的预测模型. 考虑三参数区间灰数的特征及“重心”点在三参数区间灰数中的重要作用，建立三参数区间灰数的核序列、“重心”点序列和精确度序列 DGM(1,1) 模型，推导还原得到三参数区间灰数的预测模型，并结合实例验证了模型的有效性和实用性. 本文提出的基于三参数区间灰数的预测模型拓展了灰色预测模型的应用范围，对于丰富和完善灰色预测模型的理论体系，具有积极意义，但对于三参数区间灰数的其他预测方法还需要做进一步研究.

参　考　文　献

[1] Liu S F, Forrest J, Yang Y J. A Brief Introduction to Grey Systems Theory[J]. Grey System: Theory and Application, 2012, 2(2): 89-104.

[2] Zeng B, Chen G, Liu S F. A Novel Interval Grey Prediction Model Considering Uncertain Information[J]. Journal of the Franklin Institute, 2013, 350(10): 3400-3416.

[3] 方志耕，刘思峰. 区间灰数表征与算法改进及 DGM(1,1)模型应用研究[J]. 中国工程科学，2005，7(2)：57-61.

[4] 曾　波. 基于核和灰度的区间灰数预测模型[J]. 系统工程与电子技术，2011，33(4)：111-114.

[5] 杨德岭，刘思峰，曾　波. 基于核和信息域的区间灰数 Verhulst 模型[J]. 控制与决策，2013，28(2)：264-268

[6] 罗　党，李　琳. 基于核和测度的区间灰数预测模型[J]. 数学的实践与认识，2014，44(8)：96-100.

[7] 刘解放，刘思峰，方志耕. 基于核与灰半径的连续区间灰数预测模型[J]. 系统工程，2013，31(2)：61-64.

[8] Zeng B, Liu S F. Prediction Model of Interval Grey Number Based on DGM(1,1)[J]. Journal of Grey System Engineering and Electronics, 2010, 21(4): 598-603.

[9] 袁潮清，刘思峰，张　可. 基于发展趋势和认知程度的区间灰数预测[J]. 控制与决策，2011，26(2)：313-315.

[10] 吴利丰，刘思峰，闫书丽. 区间灰数序列的灰色预测模型构建方法[J]. 控制与决策，2013，28(12)：1912-1914.

[11] 王大鹏，汪秉文，李睿凡. 考虑合成灰数灰度性质的改进区间灰数预测模型[J]. 系统工程与电子技术，2013，35(5)：1013-1017.

[12] 郭晓君，刘思峰，方志耕. 基于合成灰数灰度的区间灰数自忆性预测模型[J]. 系统工程与电子技术，2014，36(5)：76-81.

[13] Zeng B, Li, C, Long X J, et al. A Novel Interval Grey Number Prediction Model Given Kernel and Grey Number Band[J]. Journal of Grey System, 2014, 26(3): 69-84.

[14] 杨锦伟，肖新平，郭金海. 正态分布区间灰数灰色预测模型[J]. 控制与决策，2015，30(9)：1711-1716.

[15] 曾　波，石娟娟，周雪玉. 基于 Cramer 法则的区间灰数预测模型参数优化方法研究[J]. 统计与信息论坛，2015，30(8)：9-14.

[16] Zeng B, Li, C, Zhou X Y, Long X J. Prediction Model of Interval Grey Numbers with a Real Parameter and its Application[J]. Abstract and Applied Analysis, 2014. DOI: 10.1155/2014/939404.

[17] Xie N M, Liu S F, Yuan C Q, et al. Grey Number Sequence Forecasting Approach for Interval Analysis: A case of China's Gross Domestic Product Prediction[J]. Journal of Grey System, 2014, 26(1): 45-58.

[18] Xie N M, Liu S F. Interval grey number sequence prediction by using non-homogenous exponential discrete grey forecasting model[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2015, 26(1): 96-102.

[19] 罗　党. 三参数区间灰数信息下的决策方法[J]. 系统工程理论与实践，2009，29(1)：124-130.

[20] Dang Luo, Xia Wang, Bo Song. Multi-attribute decision-making methods with three-parameter interval grey number[J]. Grey Systems: Theory and Application, 2014(1): 305-315.

[21] 王洁方，刘思峰. 三参数区间灰数排序及其在区间 DEA 效率评价中的应用[J]. 系统工程与电子技术，2011，33(1)：106-109.

[22] 闫书丽，刘思峰，朱建军，等. 基于相对核和精确度的灰数排序方法[J]. 控制与决策，2014，29(2)：315-319.

(下转第 174 页)

[7] Bose R C. An affine analogue of Singer's theorem[J]. J Indian Math Soc (N. S.),1942,25:171-183.
[8] Elliott J E H, Butson A T. Relative difference sets[J]. Illinois Journal of Mathematics,1966,10(3):517-531.

A New Family of Asynchronous Channel Hopping Systems Based on Relative Difference Sets

PAN Hongyan[1], FU Shaojing[2], DU Jiao[3]

(1. Department of Basic, Changsha Commerce and Tourism College, Changsha 410004,China;
2. Computer College National University of Defense Technology, Changsha 410073,China;
3. College of Mathematics & Information Science, Henan Normal University, Xinxiang 453007,China)

Abstract: In cognitive radio networks, to communicate with each other, two secondary users have to first establish links through a common channel, which is called a rendezvous. One solution to this challenging problem is to use a rendezvous protocol or algorithm based on a complete asynchronous channel hopping system, which plays a very important role in their design. In this paper, using relative difference sets from the combinatorial design theory, we propose a new CACH system for any prime power q, in which there are totally $q-1$ channels and $\lfloor (q+1)/2 \rfloor+2$sequences of a common period $2(q^2-1)$. Compared with the optimal CACH system, the sequence period of our new system is already very close to the optimal case, and it has more sequences. Hence, our new CACH system is more practical for designing new rendezvous protocols.

Keywords: channel hopping system; sequence period; relative difference sets

(上接第 169 页)

Prediction Model for Three-parameter Interval Grey Number Based on Kernel and Degree of Accuracy

LI Ye, ZHU Shanli, HOU Xianmin

(College of Information and Management Science, Henan Agricultural University,Zhengzhou 450002,China)

Abstract: Modeling objects of traditional prediction models are only suitable for real number sequences and interval grey number. Therefore, based on three-parameter interval grey number, and a new prediction model is proposed. The kernel sequences, the "center of gravity" sequences and degree of accuracy sequences are defined and predicted. Then the unbiased prediction model of three-parameter interval grey number is achieved by deducing and reverting. An example is presented to illustrate the usefulness and effectiveness of the proposed prediction method.

Keywords: grey system; prediction model; kernel and degree of accuracy; three-parameter interval grey number