

# 用 QCD 因子化方法研究 $J/\psi \rightarrow DP, DV$ 过程

杨悦玲<sup>1</sup>, 陈丽丽<sup>1</sup>, 李海燕<sup>1</sup>, 谢利娟<sup>1</sup>, 黄金书<sup>2</sup>

(1. 河南师范大学 物理与信息工程学院, 河南 新乡 453007; 2. 南阳师范学院 物理与电子工程学院, 河南 南阳 473061)

**摘 要:**采用 QCD 因子化方法, 研究了  $J/\psi$  介子两体非轻弱衰变过程, 计算了  $J/\psi \rightarrow DP, DV$  过程的分支比, 其中,  $J/\psi \rightarrow D, \rho, D, \pi$  过程具有相对较大的分支比. 在未来的高统计量的重味物理实验中最有希望被探测到的.

**关键词:**  $J/\psi$  介子; QCD 因子化; 分支比; 弱衰变

**中图分类号:** O572.2; O413

**文献标志码:** A

$J/\psi$  介子是由粲夸克对(cc)组成的基态矢量介子, 质量为 3.096 GeV,  $J^{PC}$  量子数为  $1^{--}$ . 1974 年由丁肇中领导的 MIT-BNL 实验组<sup>[1]</sup>通过  $p+Be \rightarrow e^+e^-+X$  过程在末态正负电子对  $e^+e^-$  不变质量谱的研究中发现了  $J/\psi$  粒子. 与此同时, 由 Richter 领导的 SLAC-LBL 实验组<sup>[2]</sup>在正负电子对湮灭过程中看到了由  $J/\psi$  粒子引起的末态强子对  $\mu^+\mu^-$  和  $e^+e^-$  截面的陡然增加. 这个粒子的发现使基本粒子的大家庭中又添加了一个新成员, 就是粲夸克. 这两个实验组因发现  $J/\psi$  粒子而获得了 1975 年的诺贝尔物理学奖. 从  $J/\psi$  粒子发现至今, 粲偶素一直是物理学家们密切关注的对象和研究的热点之一.

由于  $J/\psi$  粒子的质量比  $D$  介子对的质量小, 主要通过 OZI 压低机制和电磁过程进行衰变, 导致它的衰变宽度很窄, 此外  $J/\psi$  粒子还可以通过弱作用而衰变. 尽管  $J/\psi$  粒子弱衰变的分支比非常小, 但是它提供了一个良机去研究一个矢量介子弱衰变中所包含的极化效应, 更有助于去探究重夸克偶素的内在结构和动力学机制. 如果在实验中发现了较大的  $J/\psi$  粒子弱衰变过程, 这就预示着新物理的存在, 因此  $J/\psi$  粒子弱衰变的研究为我们提供了一种探寻超出标准模型的新物理的途径.

北京正负电子对撞机上的 BESIII 实验已经收集了世界上最多的  $J/\psi$  粒子事例. 最近, BESIII 测量了  $J/\psi \rightarrow D_s^- \rho^+ + c. c.$  和  $J/\psi \rightarrow \bar{D}_s^0 \bar{K}^{*0} + c. c.$  过程, 给出了这两个过程的分支比上限是  $10^{-5}$  量级<sup>[3]</sup>. 如果按照设计亮度运行一年时间的话, 则预计可以在 BESIII 上收集大约  $10^{10}$  个  $J/\psi$  粒子事例<sup>[4]</sup>, 在 LHCb 上每  $1 \text{ fb}^{-1}$  的事例中有超过  $10^{10}$  个  $J/\psi$  粒子<sup>[5]</sup>, 这表明在未来的重味物理实验上很有可能观测到  $J/\psi$  粒子的弱衰变过程.

理论上, 人们之前对  $J/\psi$  弱衰变的研究主要是对  $J/\psi \rightarrow D$  跃迁形状因子的计算, 对振幅中反应相互作用强度的系数  $a_{1,2}$  则是通过  $D$  介子衰变拟合得到, 而根据低能有效理论, 系数  $a_{1,2}$  包含了重粒子的短程贡献, 是微扰可算的, 通过重整化群方程可以演化到特定能标. 本文将采用 QCD 因子化方法来研究  $J/\psi$  两体弱衰变过程, 通过微扰计算给出系数  $a_{1,2}$ , 给出相应过程的分支比, 以期对未来的实验研究提供参考.

## 1 $J/\psi \rightarrow DP, DV$ 的衰变振幅

### 1.1 有效哈密顿量

利用算符乘积展开和重整化群方程, 与  $J/\psi \rightarrow DP, DV$  过程 ( $P$  为赝标量介子,  $V$  为矢量介子) 相关的低能有效哈密顿量

收稿日期: 2015-02-06

基金项目: 国家自然科学基金(11147008; 11275057; U1232101; U1332103); 河南省高校科技创新人才支持计划(2012HASTIT030); 河南师范大学博士科研启动基金(QD14205).

第 1 作者简介(通信作者): 杨悦玲(1977-), 女, 山西永济人, 河南师范大学副教授, 博士, 从事粒子物理研究, E-mail: yangyueling@htu.cn.

$$H_{\text{eff}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_{q_1, q_2} V_{q_1}^* V_{q_2} \{C_1(\mu) Q_1(\mu) + C_2(\mu) Q_2(\mu)\} + h.c., \quad (1)$$

其中,  $G_F = 1.166 \times 10^{-5} \text{GeV}^{-2}$  是费米常数;  $V_{q_1}^* V_{q_2}$  是与 CKM 矩阵元对应的因子, 而且  $q_{1,2} = d, s$ ; 威尔逊 (Wilson) 系数  $C_{1,2}(\mu)$  包含了标度  $\mu$  以上的物理贡献,  $Q_{1,2}$  是和过程相关的定域四夸克算符, 其形式是

$$Q_1 = [\bar{q}_{1,\alpha} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) c_\alpha] [\bar{u}_\beta \gamma_\mu (1 - \gamma_5) q_{2,\beta}], \quad (2)$$

$$Q_2 = [\bar{q}_{1,\alpha} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) c_\beta] [\bar{u}_\beta \gamma_\mu (1 - \gamma_5) q_{2,\alpha}], \quad (3)$$

其中,  $\alpha$  和  $\beta$  表示颜色指标, 在此约定相同颜色指标表示求和。

从式(1)可以看出, CKM 因子  $V_{cd}^* V_{ud} + V_{cs}^* V_{us} \sim O(\lambda^5)$ , 其中, Wolfenstein 参数<sup>[6]</sup>  $\lambda \sim 0.2$ . 企鹅算符和湮灭算符对振幅的贡献被极大压低了, 因此可以忽略这些算符对分支比的影响。

### 1.2 强子矩阵元

为了得到衰变振幅, 要求能够尽可能准确地计算强子矩阵元. 这也是目前国际上处理强子弱衰变最难计算的部分, 现在国际上流行的基于 QCD 微扰计算的唯象方法有: QCD 因子化方法、SCET 方法、pQCD 方法等. 这些方法被广泛地应用于重味强子的弱衰变过程研究<sup>[7-11]</sup>. Beneke 等人在重夸克下的幂次展开和微扰 QCD 计算基础上提出的一种计算强子矩阵元的 QCD 因子化方法<sup>[12]</sup>, 将强子矩阵元写为硬散射核与光锥分布幅度的卷积形式. 在 QCD 因子化理论框架下,  $J/\psi \rightarrow DP, DV$  的强子矩阵元可以表示成:

$$\langle DM | Q_i | \frac{J}{\psi} \rangle = \sum_i F_i^{J \rightarrow D} \int dx H_i(x) \Phi_M(x) = \sum_i F_i^{J \rightarrow D} f_M \{1 + \alpha_s r + \dots\}, \quad (4)$$

其中,  $F_i^{J \rightarrow D}$  是形状因子,  $\Phi_M(x)$  是介子的光锥分布振幅。

根据 QCD 因子化方法的基本观点, 反冲的  $D$  介子很重. 它和  $J/\psi$  粒子波函数之间应该有很大的重叠, 且粲夸克在  $D$  介子和  $J/\psi$  粒子中都几乎是在壳的, 因此和旁观者夸克相关联的胶子的动量很小, 即硬旁观者散射贡献是被压低的. 公式(4)中已经忽略了硬旁观者散射的贡献. 经过计算可得在  $\alpha_s$  阶的系数

$$a_1 = C_1^{\text{NLO}} + \frac{1}{N_c} C_2^{\text{NLO}} + \frac{\alpha_s}{4\pi} \frac{C_F}{N_c} C_2^{\text{LO}} V, \quad (5)$$

$$a_2 = C_2^{\text{NLO}} + \frac{1}{N_c} C_1^{\text{NLO}} + \frac{\alpha_s}{4\pi} \frac{C_F}{N_c} C_1^{\text{LO}} V, \quad (6)$$

$V$  代表顶角修正项, 其表达式为

$$V = 6 \ln\left(\frac{m_c^2}{\mu^2}\right) - 18 + \int_0^1 dx H(x) \Phi_M(x), \quad (7)$$

$$H(x) = 3 \left[ \frac{1-2x}{1-x} \ln(x) - i\pi \right] + \left[ 2\text{Li}(x) - \ln^2(x) + \frac{2\ln(x)}{1-x} - (3 + 2i\pi)\ln(x) - (x \rightarrow \bar{x}) \right], \quad (8)$$

对(8)式中顶角修正项进行积分, 可得

$$\int_0^1 dx H(x) \Phi_M(x) = - \left( \frac{1}{2} + i3\pi \right) + \left( \frac{11}{2} - i3\pi \right) a_1^M - \frac{21}{20} a_2^M + \dots, \quad (9)$$

其中,  $a_n^M$  是盖根保尔矩. 表 1 给出了不同标度的威尔逊系数和  $J/\psi \rightarrow D\pi$  衰变中的有效系数  $a_{1,2}$  的数值结果, 其中  $a_{1,2}$  的数值与由  $D$  介子衰变拟合得到的结果<sup>[13]</sup> 相比是一致的, 但是我们的结果中包含了更多的强相角的信息。

表 1 不同标度下  $J/\psi \rightarrow D\pi$  衰变的威尔逊系数  $C_{1,2}$  和有效系数  $a_{1,2}$  的数值

$\mu$	LO		NLO		QCDF			
	$C_1$	$C_2$	$C_1$	$C_2$	$\text{Re}(a_1)$	$\text{Im}(a_1)$	$\text{Re}(a_2)$	$\text{Im}(a_2)$
$0.8 m_c$	1.335	-0.589	1.275	-0.079	1.271	0.097	-0.453	-0.219
$1.0 m_c$	1.276	-0.505	1.222	-0.425	1.217	0.069	-0.363	-0.173
$1.2 m_c$	1.239	-0.450	1.190	-0.374	1.185	0.054	-0.308	-0.149

### 1.3 衰变振幅和分支比

最后得到  $J/\psi \rightarrow DM$  的衰变振幅一般表达式

$$A\left(\frac{J}{\psi} \rightarrow DM\right) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{q_1}^* V_{q_2} a_i \langle M | J^\mu | 0 \rangle \langle D | J_\mu | \frac{J}{\psi} \rangle. \quad (10)$$

对于具体过程,例如  $J/\psi \rightarrow D_s \pi, D_s \rho$  过程,衰变振幅的具体形式是

$$A\left(\frac{J}{\psi} \rightarrow D_s^- \pi^+\right) = \sqrt{2} G_F m_J (\epsilon_J \cdot p_\pi) f_\pi A_0^{J \rightarrow D_s} V_{cs}^* V_{ud} a_1, \tag{11}$$

$$A\left(\frac{J}{\psi} \rightarrow D_s^- \rho^+\right) = -i \frac{G_F}{\sqrt{2}} f_\rho m_\rho V_{cs}^* V_{ud} a_1 \left\{ (\epsilon_\rho^* \cdot \epsilon_J) (m_J + m_{D_s}) A_1^{J \rightarrow D_s} + (\epsilon_\rho^* \cdot p_J) (\epsilon_J \cdot p_\rho) \frac{2A_2^{J \rightarrow D_s}}{m_J + m_{D_s}} - i \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon_\rho^{*\mu} \epsilon_J^\nu p_\rho^\alpha p_J^\beta \frac{2V^{J \rightarrow D_s}}{m_J + m_{D_s}} \right\}. \tag{12}$$

在  $J/\psi$  粒子静止系中,  $J/\psi \rightarrow DM$  过程的衰变分支比是

$$B\left(\frac{J}{\psi} \rightarrow DM\right) = \frac{1}{12\pi} \frac{p_{cm}}{m_J^2 \Gamma_J} \left| A\left(\frac{J}{\psi} \rightarrow DM\right) \right|^2, \tag{13}$$

其中,末态粒子在  $J/\psi$  粒子质心系中的动量

$$p_{cm} = \frac{\sqrt{[m_J^2 - (m_D + m_M)^2][m_J^2 - (m_D - m_M)^2]}}{2m_J}. \tag{14}$$

## 2 数值结果和讨论

### 2.1 输入参数

形状因子:

$$A_0^{J \rightarrow D}(0) = 0.50, A_1^{J \rightarrow D}(0) = 0.55, V^{J \rightarrow D}(0) = 1.50, \\ A_0^{J \rightarrow D_s}(0) = 0.55, A_1^{J \rightarrow D_s}(0) = 0.65, V^{J \rightarrow D_s}(0) = 1.50.$$

质量以及衰变常数:

$$m_\pi = 139.57 \text{ MeV}, m_\rho = 775.26 \text{ MeV}, m_{D_s} = 1968.30 \text{ MeV}, m_{D_u} = 1864.84 \text{ MeV}, \\ m_{K^*} = 895.81 \text{ MeV}, f_\pi = 130.41 \text{ MeV}, f_\rho = 216.0 \text{ MeV}, f_{K^*} = 220.0 \text{ MeV}.$$

### 2.2 数值结果

通过计算发现  $J/\psi \rightarrow DP, DV$  过程的分支比之间具有一定的大小等级.表 2 给出相应的量级,这个结果和文献<sup>[14]</sup>的结果是一致的.

表 2  $J/\psi \rightarrow DP, DV$  过程的分支比量级

系数	CKM 因子	分支比量级	衰变末态	系数	CKM 因子	分支比量级	衰变末态
$a_1$	$ V_{ud}V_{cs}^*  \sim 1$	$\geq 10^{-9}$	$D_s \rho$	$a_2$	$ V_{ud}V_{cs}^*  \sim 1$	$\geq 10^{-10}$	$D_u K^*$
		$\geq 10^{-10}$	$D_s \pi$			$\geq 10^{-11}$	$D_u K$
	$ V_{ud}V_{cd}^*  \sim \lambda$	$\geq 10^{-10}$	$D_s K^*, D_d \rho$		$ V_{ud}V_{cd}^*  \sim \lambda$	$\geq 10^{-11}$	$D_u \phi$
	$ V_{us}V_{cs}^*  \sim \lambda$	$\geq 10^{-11}$	$D_s K, D_d \pi$		$ V_{us}V_{cs}^*  \sim \lambda$	$\geq 10^{-12}$	$D_u \rho, D_u \omega, D_u \pi$
	$ V_{us}V_{cd}^*  \sim \lambda^2$	$\geq 10^{-12}$	$D_d K^*, D_d K$		$ V_{us}V_{cd}^*  \sim \lambda^2$	$\geq 10^{-13}$	$D_s K^*, D_u K$

### 2.3 讨论分析

对表 2 中的数据研究发现:

1) 根据树图贡献的大小,衰变分支比之间存在一定的等级关系,其中以  $a_1$  系数为主且不被 CKM 因子压低的过程具有较大的分支比.例如  $J/\psi \rightarrow D_s \rho, D_s \pi$  过程的分支比大于  $10^{-10}$ ,这些过程应该最先能被实验所探测到.

2)  $J/\psi$  粒子是矢量粒子,初态自旋是 1,根据角动量守恒的限制,末态是两个赝标量介子的  $J/\psi \rightarrow DP$  过程相对于  $J/\psi \rightarrow DV$  过程来讲,是被动力学压低的,并且研究发现它们之间存在一定的关系,即  $B(J/\psi \rightarrow DV)$  大约是  $B(J/\psi \rightarrow DP)$  的 5 倍.

3) 输入参数,例如 CKM 矩阵元、形状因子、标度的选取等,都会给理论预言带来不确定性,其中 CKM 矩阵元带来的不确定性最小,和标度选取相关的不确定性可以通过更高阶的计算来消除,和强子相关的形状因子带来的不确定性最大.不过和强子相关的不确定性可以通过分支比的相对比值来消除.例如

$$\frac{B\left(\frac{J}{\psi} \rightarrow D_s^- K^+\right)}{B\left(\frac{J}{\psi} \rightarrow D_s^- \pi^+\right)} \approx |V_{us}|^2 \frac{f_K^2}{f_\pi^2} \text{ 和 } \frac{B\left(\frac{J}{\psi} \rightarrow D_d^- K^+\right)}{B\left(\frac{J}{\psi} \rightarrow D_d^- \pi^+\right)} \approx |V_{us}|^2 \frac{f_K^2}{f_\pi^2}.$$

即使存在很多的理论不确定性,仍然能够从  $J/\psi \rightarrow DP, DV$  弱衰变中得到很多有用的信息,例如,卡比玻增强过程  $J/\psi \rightarrow D_s \rho, D_s \pi$  过程具有相对较大的分支比.这在未来的高统计量的重味物理实验中是最有希望被探测到的.

### 参 考 文 献

- [1] Aubert J, Becker U, Biggs P, et al. Experimental Observation of a Heavy Particle J[J]. Phys Rev Lett, 1974, 33: 1404-1406.
- [2] Augustin J, Boyarski A, Breidenbach M, et al. Discovery of a Narrow Resonance in  $e^+e^-$  Annihilation[J]. Phys Rev Lett, 1974, 33: 1406-1408.
- [3] Ablikim M, Achasov M, Ai C, et al. Search for the rare decays  $J/\psi \rightarrow D_s^- \rho^+$  and  $J/\psi \rightarrow D_s^0 K^{*0}$ [J]. Phys Rev, 2014, D89: 071101.
- [4] Li H, Zhu S. Minireview of rare charmonium decays at BESIII[J]. Chin Phys C, 2012, 36: 932-940.
- [5] Aaij R, Adeva B, Adinolfi M, et al. Measurement of  $J/\psi$  production in pp collisions at  $\sqrt{s}=7$  TeV[J]. Eur Phys J C, 2011, 71: 1645.
- [6] Olive K, Agashe K, Amsler C, et al. Review of Particle Physics[J]. Chin Phys C, 2014, 38: 090001.
- [7] 杨悦玲,孙俊峰,杜文杰.用 QCD 因子化方法研究  $B_c$  弱衰变[J]. 河南师范大学学报(自然科学版), 2008, 36(6): 177-177.
- [8] 杨悦玲,孙俊峰,王学雷,等.用 QCD 因子化方法研究  $b \rightarrow cq_1 q_2$  过程变[J]. 河南师范大学学报(自然科学版), 2009, 37(1): 185-185.
- [9] 杨悦玲,孙俊峰,鲁公儒,等.用 QCD 因子化方法研究  $B_c \rightarrow J/\psi \pi, \eta_c \pi, J/\psi K, \eta_c K$  过程变[J]. 河南师范大学学报(自然科学版), 2009, 37(5): 53-56.
- [10] 杨悦玲,孙俊峰,鲁公儒.用微扰 QCD 方法研究  $B_c \rightarrow J/\psi$  过程变[J]. 河南师范大学学报(自然科学版), 2010, 38(1): 67-69.
- [11] 杨悦玲,孙俊峰,张延明,等.用微扰 QCD 化方法研究  $B_c \rightarrow J/\psi \pi$  过程[J]. 河南师范大学学报(自然科学版), 2010, 38(5): 51-53.
- [12] Beneke M, Buchalla G, Neubert M, et al. QCD factorization for  $B \rightarrow \pi\pi$  decays: Strong phases and CP violation in the heavy quark limit[J]. Phys Rev Lett, 1999, 83: 1914-1918.
- [13] Browder T, Honscheid K, B Mesons[J]. Prog Part Nucl Phys, 1995, 35: 81-220.
- [14] Sharma K, Verma R. Rare decays of  $\psi$  and  $T$ [J]. Int J Mod Phys A, 1999, 14: 937-946.

## $J/\psi \rightarrow DP, DV$ Decays with the QCD Approach

YANG Yueling<sup>1</sup>, CHEN Lili<sup>1</sup>, LI Haiyan<sup>1</sup>, XIE Lijuan<sup>1</sup>, HUANG Jinshu<sup>2</sup>

(1. College of Physics and Electronic Engineering, Henan Normal University, Xinxiang 453007, China;  
2. College of Physics and Electronic Engineering, NanYang Normal University, Nanyang 473061, China)

**Abstract:** Two-body nonleptonic weak decays of  $J/\psi$  employing the QCD factorization scheme are investigated. The branching ratios for  $J/\psi \rightarrow DP, DV$  decays are estimated by considering the QCD radiative corrections to hadronic matrix elements. It is found that the Cabibbo favored  $J/\psi \rightarrow D_s, \rho, D_s, \pi$  decays might be promisingly detectable by high-luminosity heavy-flavor experiments in the near future.

**Keywords:**  $J/\psi$  meson; QCD factorization; branching ratio; weak decay