

# 用 PQCD 方法研究 $J/\psi \rightarrow PP$ 的弱衰变过程

李佳芝<sup>a</sup>, 李康<sup>a</sup>, 孙怡心<sup>b</sup>, 常钦<sup>a</sup>, 杨悦玲<sup>a</sup>

(河南师范大学 a.物理学院; b.电子与电气工程学院, 河南 新乡 453007)

**摘要:**采用 PQCD 方法,对 C 宇称破缺的  $J/\psi \rightarrow \pi\eta, \pi\eta', \eta\eta'$  过程,以及奇异量子数不守恒的  $J/\psi \rightarrow \pi K, K\eta, K\eta'$  过程进行了唯象学研究,结合 BESIII 实验和 STCF 实验进展进行了讨论,结果显示这些弱作用过程的分支比很小,无法在 BESIII 实验上被探测到,  $J/\psi \rightarrow \eta\eta'$  过程的分支在  $10^{-11}$  量级,有可能被未来的 STCF 实验观测到。

**关键词:**  $J/\psi$  介子; 弱衰变; 分支比; PQCD 方法

**中图分类号:** O572

**文献标志码:** A

自从 1974 年丁肇中和里克特两人领导各自的团队在实验上发现  $J/\psi$  粒子<sup>[1-2]</sup> 至今, 粲物理一直是粒子物理的研究前沿和热点之一。这得益于实验和理论的持续推动。

$J/\psi$  粒子是由一对正反粲夸克组成的纯中性矢量介子, 它的  $J^{PC}$  量子数与光子相同, 因此可以在  $e^+e^-$  对撞机上产生。北京正负电子对撞机(BEPCII)上的北京谱仪(BESIII)探测器已经收集了  $10^{10}$  个  $J/\psi$  粒子数据<sup>[3]</sup>, 物理学家基于这些数据进行了大量而精确的测量, 给出了很多重要的物理结果和发现。未来, 超级陶粲工厂(STCF)实验收集的  $J/\psi$  粒子数将会超过  $10^{13}$  个<sup>[4]</sup>, 可以对  $J/\psi$  粒子进行更精确的测量, 这为理解  $J/\psi$  粒子的性质提供了有利条件。

$J/\psi$  粒子的一个典型特征是它的宽度很窄,  $\Gamma_{J/\psi} \approx 93 \text{ keV}$ <sup>[5]</sup>, 主要原因是其质量  $m_{J/\psi} = 3096.9 \text{ MeV}$ <sup>[5]</sup> 低于  $D\bar{D}$  介子对的阈值, 根据能量守恒,  $J/\psi$  粒子不能衰变为一对正反  $D$  介子, 而且  $J/\psi$  粒子湮灭为三胶子的强作用衰变过程是被 OZI 规则压低的, 致使  $J/\psi$  粒子通过强作用和电磁作用两种方式衰变的强度比例相当, 分支比分别是  $B_r(J/\psi \rightarrow ggg) \approx 64\%$  和  $B_r(J/\psi \rightarrow \gamma \rightarrow X) \approx 25\%$ <sup>[5]</sup>。目前, 具有确切测量结果的  $J/\psi$  粒子衰变过程, 包括纯轻衰变过程、辐射衰变过程、强子末态过程等, 所有分支比总和约为  $66\%$ <sup>[5]</sup>, 还有很多衰变过程有待发现和测量。

由于矢量介子以及强子激发态(例如, 标量介子和张量介子)会很快衰变为质量更轻的赝标量介子或者轻子, 因此,  $J/\psi$  粒子衰变到两个赝标量介子末态的过程是运动学最简单的过程, 有利于动力学机制的研究(在本文中, 基态赝标量介子用  $P$  表示, 包括  $\pi, K, \eta, \eta'$  等介子)。对于  $J/\psi \rightarrow PP$  过程, 需要根据末态粒子种类分别讨论。1) 当末态是全同粒子时, 即末态是  $\pi^0\pi^0, \eta\eta, \eta'\eta'$  时, 全同性原理要求两个全同玻色子交换后体系的波函数必须是对称的, 即要求轨道量子数和自旋量子数之和为偶数, 对应的  $J^{PC}$  量子数只能是  $0^{++}, 2^{++}, 4^{++}$  等, 这与  $J/\psi$  粒子  $J^{PC}$  量子数不匹配, 因此  $J/\psi \rightarrow \pi^0\pi^0, \eta\eta, \eta'\eta'$  过程是被统计性对称性严格禁戒的。2) 当末态是正反粒子时, 例如  $J/\psi \rightarrow \pi^+\pi^-, K^+K^-, K_S^0K_L^0$  过程进行了测量, 给出这 3 个过程的分支比都是  $10^{-4}$  量级<sup>[5]</sup>。3) 对于其他的强子末态组合, 例如,  $J/\psi \rightarrow \pi\eta, \pi\eta', \eta\eta'$  过程中的 C 宇称是不守恒的,  $J/\psi \rightarrow \pi K, K\eta, K\eta'$  过程中的奇异量子数是不守恒的, 这两类过程只能通过弱相互作用而发生, 发生概率很小, 实验方面曾经开展过  $J/\psi$

收稿日期:2022-06-02; 修回日期:2022-08-12.

基金项目:国家自然科学基金(11875122;12275067;12275068);河南省自然科学基金(222300420479);河南省杰出青年科学基金(212300410010).

作者简介:李佳芝(2000-),女,河南巩义人,河南师范大学硕士研究生,研究方向为粒子物理, E-mail:1316536650@qq.com.

通信作者:杨悦玲,河南师范大学教授,博士,研究方向为粒子物理, E-mail:yangyueling@htu.edu.cn.

粒子弱衰变的探寻研究<sup>[5]</sup>,但是没有发现明显的信号.

本文将在粒子物理的标准模型框架下,采用因子化方法,针对  $J/\psi \rightarrow PP$  的弱衰变过程开展唯象学研究,为将来的实验分析提供理论参考.

## 1 低能有效哈密顿量

基于算符乘积展开和重整化群方程技术,与  $J/\psi \rightarrow PP$  弱衰变过程相关的低能有效哈密顿量是<sup>[6]</sup>

$$H = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \{ C_1 [V_{cs} V_{cs}^* O_1^{ss} + V_{cs} V_{cd}^* O_1^{sd} + V_{cd} V_{cd}^* O_1^{dd}] + C_2 [V_{cs} V_{cs}^* O_2^{ss} + V_{cs} V_{cd}^* O_2^{sd} + V_{cd} V_{cd}^* O_2^{dd}] \} + h.c., \quad (1)$$

其中  $G_F$  是费米耦合常数,  $G_F = 1.166 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$ <sup>[5]</sup>;  $C_1, C_2$  是 Wilson 系数,它们如同规范耦合常数一样,被认为是过程无关的,在 W 规范玻色子的质量能标处可以用微扰理论进行计算,然后通过重整化群方程演化到  $J/\psi$  粒子衰变的能标;  $V_{cs}$  和  $V_{cd}$  是 CKM 矩阵元<sup>[5]</sup>,  $|V_{cs}| = 0.987 \pm 0.011$ ,  $|V_{cd}| = 0.221 \pm 0.004$ ;  $O_1, O_2$  是与过程相关的四夸克有效算符,具体表示形式是

$$O_1^{q_1 q_2} = [\bar{c}_\alpha \gamma_\mu (1 - \gamma_5) q_{1\alpha}] [\bar{q}_{2\beta} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) c_\beta], \quad (2)$$

$$O_2^{q_1 q_2} = [\bar{c}_\alpha \gamma_\mu (1 - \gamma_5) q_{1\beta}] [\bar{q}_{2\beta} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) c_\alpha], \quad (3)$$

其中  $\alpha, \beta$  是颜色指标,相同颜色指标表示求和,算符  $O_1$  和  $O_2$  的味结构相同,但是色结构不同,这是因为考虑了 QCD 辐射修正的贡献.和算符  $O_i^{s,s}$  相对应的 CKM 矩阵元取值接近 1,其贡献是 Cabibbo 允许的(CF);算符  $O_i^{s,d}$  和 CKM 矩阵元  $V_{cd}$  相对应,其贡献是 Cabibbo 压低的(CS);算符  $O_i^{d,d}$  和  $V_{cd}$  的模方相对应,其贡献是 Cabibbo 双重压低的(DCS).此外,对于  $J/\psi$  非轻弱衰变来讲,企鹅图算符总是和 CKM 矩阵元因子  $|V_{cb}|^2$  相对应,相对于算符  $O_{1,2}$  来讲,企鹅图算符的贡献是被 CKM 矩阵元因子严重压低的,在计算分支比时可以忽略企鹅算符的贡献.

## 2 强子矩阵元

低能有效哈密顿量是用夸克算符来描述反应过程,而  $J/\psi$  非轻弱衰变过程的初态和末态都是强子,因此,合理且有效地估算由夸克算符到强子态转化的矩阵元成为理论研究中亟须解决的问题.

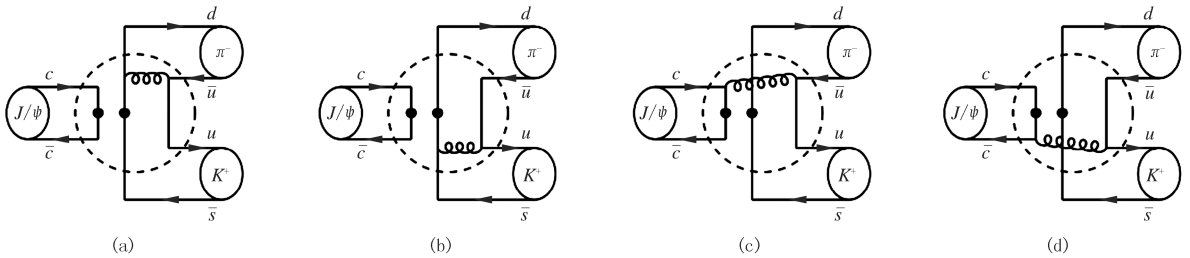
近些年来,人们基于 QCD 理论提出和发展的几种处理强子矩阵元的唯象学方法,例如 QCD 因子化(QCDF)方法<sup>[7-8]</sup>、微扰 QCD(PQCD)方法<sup>[9-11]</sup>等.这些因子化方法被广泛地应用到强子非轻衰变过程的理论研究.因子化方法的出发点是基于色透明假定或者重夸克极限等,将振幅中微扰和非微扰的贡献分离并分别处理,其中夸克层次上描述粒子间相互作用的散射振幅可以采用微扰场论进行计算,红外发散和强子态用强子波函数来表示,而强子波函数是过程无关的,可以通过实验或者非微扰的方法得到.这样,强子矩阵元可以表示成散射振幅和强子波函数的卷积形式<sup>[7-11]</sup>,不但形式上变得简单,而且是理论上可以计算的.

在粒子物理的标准模型中, $J/\psi \rightarrow \pi\eta, \pi\eta', \eta\eta', \pi K, K\eta, K\eta'$  过程在夸克层次上是由初态的正反粲夸克之间交换 W 玻色子发生的,这对应于低能有效理论中的湮灭拓扑.当采用共线近似下的 QCDF 方法计算湮灭振幅时,在夸克动量分数的端点区域强子矩阵元是发散的,为此需要引入额外的唯象参数,而 QCDF 方法不能给出这些唯象参数的相关信息<sup>[7-8]</sup>.为此,PQCD 方法<sup>[9-11]</sup>提出在端点区域应该考虑夸克的横动量贡献,同时,为了进一步压低端点处的非微扰贡献,对每个强子波函数引入 Sudakov 因子,从而保证强子矩阵元中的散射振幅是微扰可算的.纯湮灭过程为检验不同因子化方法提供了场所.肖振军等人曾采用 PQCD 方法对纯湮灭的  $B_s \rightarrow \pi^+ \pi^-$  和  $B_d \rightarrow K^+ K^-$  过程进行了唯象分析,对实验测量的分支比结果给出了合理解释<sup>[12]</sup>. $b$  夸克和  $c$  夸克通常都被看作是重味夸克,PQCD 方法原则上也可以应用于  $D$  介子和  $J/\psi$  粒子纯湮灭弱衰变过程的理论研究.本文采用 PQCD 方法,对  $J/\psi \rightarrow PP$  的弱衰变过程进行研究.需要说明的是:QCDF 和 PQCD 等方法在  $B$  介子非轻衰变中得到了很好的证明和应用,但是  $c$  夸克的质量相对  $b$  夸克较小,和强子能标相比并非很大,例如,邹芝田等人曾采用 PQCD 方法对纯湮灭的  $D \rightarrow PP, PV$  过程进行了唯象研

究,仅对部分实验测量结果给出了合理解释<sup>[13]</sup>.因此,尽管 QCDF 和 PQCD 等方法已经被应用于粲夸克偶素弱衰变的唯象分析(文献[14—17]),由于目前还没有粲偶素粒子弱衰变的实验测量结果<sup>[5]</sup>,相关计算结果还没有得到实验的有效检验,研究结果仅仅是为未来的实验分析提供了理论参考.

### 3 衰变振幅

以奇异数改变的  $J/\psi \rightarrow \pi K$  过程为例,在 PQCD 方法的最低阶近似下,该过程的最低阶费曼图如图 1 所示.由图 1 知,由于  $c$  夸克质量很大, $c\bar{c}$  夸克对湮灭产生的  $d$  和  $s$  夸克携带有很大的动量.这就要求胶子从真空中拉出的  $u\bar{u}$  夸克对也必须具有很大的动量,从而与  $d$  和  $s$  夸克的动量相匹配,最终形成色单态的  $\pi$  介子和  $K$  介子,即夸克之间是通过交换硬胶子发生相互作用的,即振幅原则上应该是微扰可算的.同时,硬胶子对应的传播子较小,进而导致振幅的贡献相对较小.



(a, b) 是因子化图, (c, d) 非因子化图, 圆点表示夸克间的相互作用, 虚线圆圈表示散射振幅, 实线圆圈表示强子波函数.

图1  $J/\psi \rightarrow \pi K$ 过程的费曼图

Fig.1 Feynman diagram for  $J/\psi \rightarrow \pi K$  decay

$J/\psi \rightarrow \pi K$  过程的衰变振幅可以写成

$$A(J/\psi \rightarrow \pi K) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cs} V_{cd}^* \sum_{i=a,b,c,d} M_i(J/\psi \rightarrow \pi K), \tag{4}$$

$$M_i(J/\psi \rightarrow \pi K) = \int_0^1 dx_1 \int_0^\infty db_1 \int_0^1 dx_2 \int_0^\infty db_2 \int_0^1 dx_3 \int_0^\infty db_3 C_i(t)$$

$$H_i(x_1, b_1, x_2, b_2, x_3, b_3) \phi_{J/\psi}(x_1, b_1) e^{-s_{J/\psi}} \phi_\pi(x_2, b_2) e^{-s_\pi} \phi_K(x_3, b_3) e^{-s_K}, \tag{5}$$

其中振幅  $M_i$  的下标  $i$  和图 1 中的(a),(b),(c),(d)相对应,  $x_i$  表示夸克的纵向动量分数,  $b_i$  是夸克横动量  $k_{\perp i}$  的共轭变量,  $\phi_i(x_i, b_i)$  表示强子波函数,  $e^{-s}$  是 Sudakov 因子,  $C_i$  是 Wilson 系数,  $H_i$  是散射振幅. 其他过程的衰变振幅就不再赘述.

$J/\psi \rightarrow PP$  过程衰变分支比的定义是

$$B_r = \frac{p}{24\pi m_{J/\psi}^2 \Gamma_{J/\psi}} |A(J/\psi \rightarrow PP)|^2, \tag{6}$$

其中  $p$  是末态粒子在  $J/\psi$  粒子质心系中的动量.

### 4 数值结果和讨论

从表达式(4)和(5)可以看出,衰变振幅是多变量的多维积分,需要编程进行数值计算.在数值计算中,采用强子波函数形式<sup>[14—15]</sup>,其他的输入参数采用粒子表中的数据<sup>[5]</sup>.得到的  $J/\psi \rightarrow PP$  弱衰变过程分支比结果总结在表 1 中.

从表 1 可以看出:1) $J/\psi \rightarrow PP$  弱衰变过程的分支比都很小,在  $10^{-11}$  量级甚至更小,超出了目前 BESIII 的探测能力范围.2)由图 1 可知,由  $J/\psi$  粒子衰变产生的  $d$  和  $s$  夸克需要和真空中产生的轻夸克对进行颜色

匹配,因此,和  $W$  玻色子外发射诱导的  $J/\psi \rightarrow DP, DV$  弱衰变过程相比,  $J/\psi \rightarrow PP$  弱衰变过程是被色因子压低的,因此  $J/\psi \rightarrow PP$  过程的分支比应该比  $J/\psi \rightarrow DP, DV$  过程小一到两个量级<sup>[14-17]</sup>,数值结果也验证了这个推测.3)理论结果的不确定主要来自非微扰的输入参数——强子波函数,未来,随着强子波函数被实验数据更精确地限制,相应的理论计算结果精度也将会得到提高.当然,还有其他因素也会影响分支比结果,表 1 中的结果可以看作是量级的估计.4)与 CKM 矩阵元因子对应的不同过程的分支比之间存在等级关系,即 CF 过程的分支比最大,DCS 过程的分支比最小. $J/\psi \rightarrow \eta\eta'$  属于 CF 弱作用过程,分支比可以达到  $10^{-11}$  量级,该过程有望在未来的 STCF 实验中被发现和测量.

表 1  $J/\psi \rightarrow PP$  弱衰变过程的分支比,其中误差来自强子波函数

Tab. 1 Branching ratios for  $J/\psi \rightarrow PP$  weak decays, where theoretical uncertainties come from hadronic wave functions

末态	类型	分支比	末态	类型	分支比
$\pi^{\circ}\eta$	DCS	$(2.32_{-0.24}^{+0.81}) \times 10^{-14}$	$\pi^{-}K^{+}$	CS	$(0.99_{-0.15}^{+0.33}) \times 10^{-12}$
$\pi^{\circ}\eta'$	DCS	$(1.45_{-0.15}^{+0.50}) \times 10^{-14}$	$\pi^{\circ}K^{\circ}$	CS	$(0.49_{-0.88}^{+0.16}) \times 10^{-12}$
$\eta\eta'$	CF	$(3.01_{-0.55}^{+0.78}) \times 10^{-11}$	$K^{\circ}\eta'$	CS	$(1.94_{-0.25}^{+0.30}) \times 10^{-12}$
			$K^{\circ}\eta$	CS	$(0.84_{-0.55}^{+0.25}) \times 10^{-13}$

## 5 结 论

基于 BESIII 和 STCF 实验的高统计量的  $J/\psi$  粒子数据样本,采用 PQCD 方法,对通过弱相互作用发生的  $J/\psi \rightarrow \pi\eta, \pi\eta', \eta\eta', \pi K, K\eta, K\eta'$  过程进行了唯象研究,给出了其分支比的量级估计,为未来在实验上寻找和测量  $J/\psi$  粒子弱衰变过程提供了理论参考.

## 参 考 文 献

- [1] AUBERT J J, BECKER U, BIGGS P J, et al. Experimental observation of a heavy particle J[J]. Physical Review Letters, 1974, 33(23): 1404-1406.
- [2] AUGUSTIN J E, BOYARSKI A M, BREIDENBACH M, et al. Discovery of a narrow resonance in  $e^{+}e^{-}$  annihilation[J]. Physical Review Letters, 1974, 33(23): 1406-1408.
- [3] ABLIKIM M, ACHASOV M, ADLARSON P, et al. Number of  $J/\psi$  events at BESIII[J]. Chinese Physics C, 2022, 46: 074001.
- [4] LYU X. Physics program of the Super Tau-Charm Factory[J]. Proceedings of Science, 2020, 2020: 060.
- [5] PDG. Review of particle physics[J]. Progress of Theoretical and Experimental Physics, 2022, 2022: 083C01.
- [6] BUCHALLA G, BURAS A J, LAUTENBACHER M E. Weak decays beyond leading logarithms[J]. Reviews of Modern Physics, 1996, 68(4): 1125-1244.
- [7] BENEKE M, BUCHALLA G, NEUBERT M, et al. QCD factorization for exclusive non-leptonic-meson decays: general arguments and the case of heavy-light final states[J]. Nuclear Physics B, 2000, 591(1/2): 313-418.
- [8] BENEKE M, BUCHALLA G, NEUBERT M, et al. QCD factorization in  $B \rightarrow \pi K, \pi\pi$  decays and extraction of Wolfenstein parameters[J]. Nuclear Physics B, 2001, 606(1/2): 245-321.
- [9] LI H N, STERMAN G. The perturbative pion form factor with Sudakov suppression[J]. Nuclear Physics B, 1992, 381(1/2): 129-140.
- [10] KEUM Y Y, LI H N, SANDA A I. Penguin enhancement and  $B \rightarrow K\pi$  decays in perturbative QCD[J]. Physical Review D, 2001, 63(5): 054008.
- [11] LYU C D, UKAI K, YANG M Z. Branching ratio and CP violation of  $B \rightarrow K\pi$  in the perturbative QCD approach[J]. Physical Review D, 2001, 63: 074009.
- [12] XIAO Z J, WANG W F, FAN Y Y. Revisiting the pure annihilation decays  $B_s \rightarrow \pi^{+}\pi^{-}$  and  $B_0 \rightarrow K^{+}K^{-}$ : the data and the perturbative QCD predictions[J]. Physical Review D, 2012, 85(9): 094003.
- [13] ZOU Z T, LI C, LYU C D. Pure annihilation type  $D \rightarrow PP(V)$  decays in the perturbative QCD approach[J]. Chinese Physics C, 2013, 37(9): 093101.

- [14] YANG Y L, ZHAO X L, FANG S S, et al. The study of  $\eta_c(1S) \rightarrow PP$  decays[J]. International Journal of Theoretical Physics, 2021, 60(8):3041-3050.
- [15] YANG Y L, SUN J F, GAO J E, et al. Study of  $J/\psi \rightarrow DV$  decays with perturbative QCD approach[J]. International Journal of Modern Physics A, 2016, 31(30):1650161.
- [16] SUN J F, GAO J E, YANG Y L, et al. Study of the  $B^- q^* \rightarrow DM$  decays with perturbative QCD approach[J]. Physical Review D, 2017, 96(3):036010.
- [17] 杨悦玲, 陈丽丽, 李海燕, 等. 用 QCD 因子化方法研究  $J/\psi \rightarrow DP, DV$  过程[J]. 河南师范大学学报(自然科学版), 2015, 43(5):30-33.  
 YANG Y L, CHEN L L, LI H Y, et al.  $J/\psi \rightarrow DP, DV$  decays with the QCD approach[J]. Journal of Henan Normal University(Natural Science Edition), 2015, 43(5):30-33.

## Study on the $J/\psi \rightarrow PP$ weak decays using the PQCD approach

Li Jiazhi<sup>a</sup>, Li Kang<sup>a</sup>, Sun Yixin<sup>b</sup>, Chang Qin<sup>a</sup>, Yang Yueling<sup>a</sup>

(a. School of Physics; b. College of Electronic and Electrical Engineering, Henan Normal University, Xinxiang 453007, China)

**Abstract:** Inspired by high statistical data of  $J/\psi$  events at BESIII and future STCF experiments, the C parity violating  $J/\psi \rightarrow \pi\eta, \pi\eta', \eta\eta'$  decays and strangeness changing  $J/\psi \rightarrow \pi K, K\eta, K\eta'$  decays are studied using the perturbative QCD approach. It is found that branching ratios for these weak decays are tiny and out of reach of BESIII detector, and that the  $J/\psi \rightarrow \eta\eta'$  decay with branching ratio about  $10^{-11}$  might be accessed at the future STCF experiments.

**Keywords:**  $J/\psi$  meson; weak decay; branching ratio; PQCD approach

[责任编辑 杨浦 刘洋]