

具有信息干预的随机 SIRS 传染病模型正解的存在性与灭绝性

张启敏¹, 曹博强¹, 牟晓洁²

(1.宁夏大学 数学统计学院,银川 750021;2.北方民族大学 数学与信息科学学院,银川 750021)

摘要:把白噪声和信息干预同时考虑到 SIRS 传染病模型中,从而得到了一个新的随机 SIRS 模型.通过构造适当的 \mathcal{L}^2 函数,得到模型正解存在性和唯一性的充分条件,并对该系统模型的灭绝性进行了分析.研究表明,信息干预和随机噪声可以降低人群感染的峰值.最后通过数值模拟验证了分析结果.

关键词:SIRS 传染病模型;信息干预;环境噪声;灭绝性

中图分类号:O175.1

文献标志码:A

近年来,数学模型在控制和预防疾病传播方面发挥了重要的作用.众所周知,当一种疾病暴发的时候,媒体报道和宣传活动能够有效地减少人们的出行活动,同时采取一些措施预防疾病的传播,例如戴口罩、及时消毒和减少社会活动等,这些都是信息干预的作用.目前关于信息干预对疾病影响也存在许多研究成果^[1-7],例如,文献[2]讨论了具有媒介影响的埃博拉病毒模型地方病平衡点的局部稳定性和无病平衡点的全局稳定性,文献[3]研究了媒介对 SEI 模型基本再生数的影响,文献[4-5]分别给出了具有媒介传播的社会流行病模型和 SIR 模型稳定性的充分条件.除了信息媒介对疾病的控制有影响以外,外界环境噪声的波动也会对疾病的控制产生影响,例如温度的突然变化,降雨和干燥也会影响疾病的传播.为了较好地刻画外界噪声对流行病动力系统产生的影响,很多学者建立了随机流行病模型^[8-9].例如文献[8]研究了随机噪声和媒介对 SIS 模型动力学行为的影响,文献[8]把随机噪声考虑到寄生和寄生物流行病模型中,并研究了其持久性和灭绝性.而现有的随机模型中信息干预或者媒介传播对系统的影响都是反映在易感者或者感染者等因素的动力系统中,并未给出信息变化的动力学方程.本文在文献[10]给出的信息干预作为一个独立方程的基础上,把随机噪声的影响考虑到模型中,建立了一个新的 SIRS 模型,并给出该模型的基本再生数和无病平衡点.利用随机分析的基本理论讨论随机 SIRS 模型正解的存在性和灭绝性.得到的基本再生数能够显示疾病灭绝的充分条件.通过数值算例对结论的有效性进行了验证,所得到的结果是文献[1-8]的扩展.

1 随机模型的建立与平衡点

在分析系统动力学行为之前,首先给出具有信息干预的随机 SIRS 模型.在文献[10]给出如下形式的 SIRS 模型的基础上加以讨论本文的问题

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = (1-p)b - \mu S - \frac{\beta SI}{\varphi(I)} + \gamma R - \mu_1 m Z S, \\ \frac{dI}{dt} = -(\mu + c + \alpha)I + \frac{\beta SI}{\varphi(I)}, \\ \frac{dR}{dt} = pb - (\mu + \gamma)R + \alpha I + \mu_1 m Z S, \\ \frac{dZ}{dt} = \frac{aI}{1+dI} - a_0 Z. \end{cases} \quad (1)$$

收稿日期:2018-01-20;修回日期:2018-04-28.

基金项目:国家自然科学基金(11461053);宁夏大学研究生创新项目(GIP2017040).

作者简介(通信作者):张启敏(1964-),女,宁夏银川人,宁夏大学教授,博士,博士生导师,研究方向为控制理论及其应用, E-mail: zhangqimin64@sina.com.

假设信息传播系数 β 受随机噪声的影响, 即 $\beta \rightarrow \beta + \sigma B(t)$, 则模型(1)式可表示为下列随机的具有信息干预的 SIRS 模型

$$\begin{cases} dS = \left[(1-p)b - \mu S - \frac{\beta SI}{\varphi(I)} + \gamma R - \mu_1 m Z S \right] dt - \frac{\sigma SI}{\varphi(I)} dB(t), \\ dI = \left[-(\mu + c + \alpha)I + \frac{\beta SI}{\varphi(I)} \right] dt + \frac{\sigma SI}{\varphi(I)} dB(t), \\ dR = [pb - (\mu + \gamma)R + \alpha I + \mu_1 m Z S] dt, \\ dZ = \left[\frac{aI}{1+dI} - a_0 Z \right] dt. \end{cases} \quad (2)$$

其中 S, I 和 R, Z 分别表示为易感者, 传播者和恢复者, 信息密度, 并且 N 表示人口总数, 故 $N = S + I + R$. 在 SIRS 流行病模型中, 假定恢复后的个体可能会失去免疫力, 会再次进入易感者中, 所有参数是正的常数, 它们的生物意义在表 1 中给出. 注意到 $0 \leq p \leq 1$ 和 $\frac{\beta SI}{\varphi(I)}$ 是发生率, 其中 φ 是一个正函数且 $\varphi(0) = 1$ 和 $\varphi'(I) \geq 0$. 许多研究人员提出了满足这样条件下的几个不同的非线性传输函数, 且 $0 \leq \mu_1 \leq 1$, 模型(2)的状态空间是 $\mathbf{X} \equiv \mathbf{R}_+^4 = \{(S, I, R, Z) : S \geq 0, I \geq 0, R \geq 0, Z \geq 0\}$, σ 表示噪声强度.

表 1 模型(2)中参数的生物意义

参数	生物意义	参数	生物意义
p	接种比例系数	α	恢复率
b	参加研究的人数招募率	m	信息干预率
β	传输系数	μ_1	改变其行为和反应强度
μ	自然死亡率	a	信息的增长率
γ	丧失免疫力	d	饱和度常数
c	由于疾病死亡的死亡率	a_0	信息的自然降解率

对模型(1)的平衡点进行计算. 应用文献[11]中提供的方法可以得到基本再生数为

$$\mathcal{R}_0 = \frac{\beta b ((1-p)\mu + \gamma)}{\mu(\mu + \gamma)(\mu + c + \alpha)}. \quad (3)$$

容易证明得到当基本再生数 $\mathcal{R}_0 \leq 1$ 时, 有唯一的无病平衡点

$$E_0 = \left(\frac{b((1-p)\mu + \gamma)}{\mu(\mu + \gamma)}, 0, \frac{pb}{\mu + \gamma}, 0 \right). \quad (4)$$

当基本再生数 $\mathcal{R}_0 > 1$ 时, 方程(2)式有两个平衡点 $E_0 = \left(\frac{b((1-p)\mu + \gamma)}{\mu(\mu + \gamma)}, 0, \frac{pb}{\mu + \gamma}, 0 \right)$ 和 $E^* = (S^*, I^*, R^*, Z^*)$, 其中

$$\begin{cases} S^* = \frac{(\mu + c + \alpha)\varphi(I^*)}{\beta}, \\ R^* = \frac{1}{\mu + \gamma} \left[pb + \alpha I^* + \frac{\mu_1 m a (\mu + c + \alpha)\varphi(I^*) I^*}{a_0 \beta (1 + dI^*)} \right], \\ Z^* = \frac{a I^*}{a_0 (1 + dI^*)}, \\ (1-p)b - \frac{\mu(\mu + c + \alpha)\varphi(I^*)}{\beta} - (\mu + c + \alpha)I^* + \frac{\gamma pb}{\mu + \gamma} + \frac{\alpha \gamma I^*}{\mu + \gamma} - \frac{\mu \mu_1 m a \gamma (\mu + c + \alpha)\varphi(I^*) I^*}{a_0 \beta (\mu + \gamma)(1 + dI^*)} = 0. \end{cases} \quad (5)$$

另一方面, 通过计算也能够得到随机 SIRS 模型(2)式的基本再生数

$$\mathcal{R}_0^s = \mathcal{R}_0 - \frac{\sigma^2 b^2 ((1-p)\mu + \gamma)^2}{2\mu^2 (\mu + \gamma)^2 (\mu + c + \alpha)}. \quad (6)$$

从随机基本再生数可以看出随机噪声强度 σ 对它的影响, 当没有噪声影响的时候 $\mathcal{R}_0^s = \mathcal{R}_0$. 显然, 当 $\mathcal{R}_0^s \leq 1$ 时,

表示一个病人在平均患病期能传染的最大人数比例小于 1, 疾病自然逐渐消失; 当 $\mathcal{R}_0^s > 1$ 时, 表示疾病将始终存在而形成地方病.

2 正解的存在唯一性

下面将研究正解的存在唯一性. 对方程(2)计算, 能够得到下列有界集合 Γ

$$\Gamma = \left\{ (S, I, R, Z) \in \mathbf{R}_+^4 : \frac{b}{\mu + c} \leq S + I + R \leq \frac{b}{\mu}, 0 \leq Z \leq \frac{ab}{a_0(\mu + bd)} \right\} \subset \mathbf{R}_+^4. \quad (7)$$

定理 1 对于任意初值 $(S(0), I(0), R(0), Z(0))$, 当 $t \geq 0$ 时, 随机 SIRS 模型(2)存在唯一的解并且其解依概率 1 落在 \mathbf{R}_+^4 中.

证明 因为模型(2)的系数满足局部的 Lipschitz 条件, 对于任意的初值 $(S(0), I(0), R(0), Z(0)) \in \mathbf{R}_+^4$, 在 $[0, \tau_e)$ 上有唯一的局部解, 其中 τ_e 是爆炸时间. 为了证明解是全局的, 需要证明 $\tau_e = \infty$ 几乎处处成立即可. 定义停时 τ^+ :

$$\tau^+ = \inf\{t \in [0, \tau_e) : S(t) \leq 0 \text{ 或 } I(t) \leq 0 \text{ 或 } R(t) \leq 0 \text{ 或 } Z(t) \leq 0\}. \quad (8)$$

本文中令 $\inf \emptyset = \infty$ (\emptyset 表示空集). 有 $\tau^+ \leq \tau_e$; 所以, 如果能够证明 $\tau^+ = \infty$ 几乎处处成立, 那么对所有的 $t \geq 0$, $\tau_e = \infty$ 和 $(S(t), I(t), R(t), Z(t)) \in \mathbf{R}_+^4$ 几乎处处成立. 采用反证法, 假设 $\tau^+ < \infty$, 那么存在一个 $T > 0$ 使得 $\mathcal{P}(\tau^+ < T) > 0$.

定义 \mathcal{C}^2 函数 $V: \mathbf{R}_+^4 \rightarrow \mathbf{R}_+^4: V(S(t), I(t), R(t), Z(t)) = \lg(S(t)I(t)R(t)Z(t))$. 利用 Itô 公式和 $\varphi(I) \geq 0$, 对所有的 $t \in [0, \tau_e)$, $\omega \in (\tau^+ < T)$ 得到

$$\begin{aligned} dV(S(t), I(t), R(t), Z(t)) &= \left[\frac{(1-p)b}{S} - \mu - \frac{\beta I}{\varphi(I)} + \frac{\gamma R}{S} - \mu_1 m Z + \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma I}{\varphi(I)} \right)^2 \right] dt + \\ &\left[-(\mu + c + \alpha) + \frac{\beta S}{\varphi(I)} - \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma S}{\varphi(I)} \right)^2 \right] dt + \left[\frac{pb}{R} - (\mu + \gamma) + \frac{\alpha I}{R} + \frac{\mu_1 m Z S}{R} \right] dt + \\ &\left[\frac{\alpha I}{Z(1+dI)} - a_0 \right] dt - \frac{\sigma I}{\varphi(I)} dB(t) + \frac{\sigma S}{\varphi(I)} dB(t) \geq (-3\mu - \alpha - \gamma - c - \\ &a_0 - \beta I - \mu_1 m Z - \frac{1}{2} \sigma^2 S^2) dt + \frac{\sigma(S-I)}{\varphi(I)} dB(t). \end{aligned} \quad (9)$$

令 $K(S, I, Z) = -3\mu - \alpha - \gamma - c - a_0 - \beta I - \mu_1 m Z - \frac{1}{2} \sigma^2 S^2$, 那么

$$dV(S(t), I(t), R(t), Z(t)) \geq K(S, I, Z) dt - \frac{\sigma I}{\varphi(I)} dB(t) + \frac{\sigma S}{\varphi(I)} dB(t), \quad (10)$$

对上述不等式从 0 到 t 进行积分, 能得到

$$V(t) \geq V(S(0), I(0), R(0), Z(0)) + \int_0^t K(S(u), I(u), Z(u)) du + \int_0^t \frac{\sigma(S(u) - I(u))}{\varphi(I(u))} dB(u), \quad (11)$$

注意到 $S(\tau^+), I(\tau^+), R(\tau^+), Z(\tau^+)$ 中的一些元素等于 0, 从而

$$\liminf_{t \rightarrow \tau^+} V(t) = -\infty. \quad (12)$$

令模型(3)中的 $t \rightarrow \tau^+$, 有

$$\begin{aligned} -\infty &\geq V(S(0), I(0), R(0), Z(0)) + \int_0^t K(S(u), I(u), Z(u)) du + \\ &\int_0^t \frac{\sigma(S(u) - I(u))}{\varphi(I(u))} dB(u) > -\infty. \end{aligned} \quad (13)$$

这个命题显然是不成立的, 因此可以得到 $\tau^+ = \infty$ 几乎处处成立, 定理得证.

由于在定理 1 中, 注意到在模型(2)中区域 Γ 是一个正的不变集, 所以应该考虑在区域 Γ 中的解.

定理 2 对于任意初值 $(S(0), I(0), R(0), Z(0))$, 当 $t \geq 0$ 时, 随机 SIRS 模型(2)的唯一解将依概率 1 保持在不变集 Γ 中.

证明 从模型(2)可以看出人口数量 $N = S + I + R$ 满足下列的微分方程

$$\frac{dN}{dt} = b - \mu N - cI. \quad (14)$$

这表明 $b - (\mu + c)N \leq \frac{dN}{dt} \leq b - \mu N$, 那么

$$\frac{b}{\mu + c} \leq \liminf_{t \rightarrow \infty} N \leq \limsup_{t \rightarrow \infty} N \leq \frac{b}{\mu}. \quad (15)$$

因此, 随机 SIRS 模型(2)的所有解 S, I 和 R 都是有界的且小于 $\frac{b}{\mu}$, 而且根据模型(2)的最后一个方程和

I 的有界性, 得到 $\limsup_{t \rightarrow \infty} Z \leq \frac{ab}{a_0(\mu + bd)}$. 由于 Γ 是一个正的不变集, 因此所有解的迹围绕在 \mathbf{R}_+^4 中且将进入 Γ , 依概率保持在 Γ 中.

3 疾病的灭绝

定理 3 对任意的初值 $(S(0), I(0), R(0), Z(0)) \in \Gamma$, 令 $(S(t), I(t), R(t), Z(t))$ 是随机 SIRS 模型(2)的解, 如果

$$\sigma^2 > \max\left\{\frac{\beta^2}{2(\mu + c + \alpha)}, \frac{\beta\mu(\mu + \gamma)}{b((1-p)\mu + \gamma)}\right\}, \quad (16)$$

或

$$\mathcal{R}_0^s < 1 \text{ 和 } \sigma^2 < \frac{\beta\mu(\mu + \gamma)}{b((1-p)\mu + \gamma)}. \quad (17)$$

那么随机 SIRS 模型(2)的解满足

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{\ln I_t}{t} \leq -k < 0, \quad (18)$$

其中在条件(16)式中 $k = (\mu + c + \alpha) - \frac{\beta^2}{2\sigma^2}$ 和在条件(17)式中 $k = (\mu + c + \alpha)(1 - \mathcal{R}_0^s)$. 即随机 SIRS 模型中的疾病将以概率 1 灭绝.

证明 令 $X_s = S(t) - S_0$, 利用 Itô 公式, 得到

$$d \ln I = \left(-(\mu + c + \alpha) + \frac{\beta(X_s + S_0)}{\varphi(I)} - \frac{\sigma^2(X_s + S_0)^2}{2\varphi^2(I)} \right) dt + \frac{\sigma(X_s + S_0)}{\varphi(I)} dB(t), \quad (19)$$

对上式两边从 0 到 t 求积分可得

$$d \ln \frac{\ln I(t) - \ln I(0)}{t} = \frac{1}{t} \int_0^t f(X_s + S_0) ds + G(t), \quad (20)$$

其中

$$f(X_s + S_0) = -\frac{\sigma^2(X_s + S_0)^2}{2\varphi^2(I)} + \frac{\beta(X_s + S_0)}{\varphi(I)} - (\mu + c + \alpha), G(t) = \frac{1}{t} \int_0^t \frac{\sigma(X_s + S_0)}{\varphi(I)} dB_s. \quad (21)$$

由于对任意的 $t \geq 0$, 有 $X_s + S_0 \leq \frac{b((1-p)\mu + \gamma)}{\mu(\mu + \gamma)}$, 根据局部鞅的大数定理^[12]得到

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_0^t \frac{\sigma(X_s + S_0)}{\varphi(I)} dB_s = 0, \quad (22)$$

在条件(16)式下, 有

$$f(X_s + S_0) = -\frac{1}{2}\sigma^2 \left(\frac{X_s + S_0}{\varphi(I)} - \frac{\beta}{\sigma^2} \right)^2 + \frac{\beta^2}{2\sigma^2} - (\mu + c + \alpha) \leq \frac{\beta^2}{2\sigma^2} - (\mu + c + \alpha). \quad (23)$$

因此

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{\ln I(t)}{t} \leq \frac{\beta^2}{2\sigma^2} - (\mu + c + \alpha) < 0, \quad (24)$$

另一方面, 如果条件(17)式成立, 则

$$\begin{aligned}
 f(X_s + S_0) &= -\frac{1}{2}\sigma^2\left(\frac{X_s + S_0}{\varphi(I)} - \frac{\beta}{\sigma^2}\right)^2 + \frac{\beta^2}{2\sigma^2} - (\mu + c + \alpha) \leq -\frac{\sigma^2}{2}\left(\frac{S_0}{\varphi(0)} - \frac{\beta}{\sigma^2}\right)^2 + \\
 &\frac{\beta^2}{2\sigma^2} - (\mu + c + \alpha) = \frac{\beta b((1-p)\mu + \gamma)}{\mu(\mu + \gamma)} - \frac{\sigma^2 b^2((1-p)\mu + \gamma)^2}{2\mu^2(\mu + \gamma)^2} - (\mu + c + \alpha) = \\
 &\mathcal{R}_0(\mu + c + \alpha) - \frac{\sigma^2 b^2((1-p)\mu + \gamma)^2(\mu + c + \alpha)}{2\mu^2(\mu + \gamma)^2(\mu + c + \alpha)} - (\mu + c + \alpha) = (\mu + \\
 &c + \alpha)\left(\mathcal{R}_0 - \frac{\sigma^2 b^2((1-p)\mu + \gamma)^2}{2\mu^2(\mu + \gamma)^2(\mu + c + \alpha)} - 1\right) = (\mu + c + \alpha)(\mathcal{R}_0^* - 1). \tag{25}
 \end{aligned}$$

因此,得到

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{\ln I(t)}{t} \leq (\mu + c + \alpha)(\mathcal{R}_0^* - 1) < 0. \tag{26}$$

定理 3 得证.

4 例子

通过以下例子对给出的结论进行验证.选取一个满足条件的函数 $\varphi(I)$, 即

$$\varphi(I) = 1 + I^2. \tag{27}$$

模型(2)可表示为

$$\begin{cases}
 dS = \left((1-p)b - \mu S - \frac{\beta SI}{1+I^2} + \gamma R - \mu_1 m Z S \right) dt - \frac{\sigma SI}{1+I^2} dB(t), \\
 dI = \left(-(\mu + c + \alpha)I + \frac{\beta SI}{1+I^2} \right) dt + \frac{\sigma SI}{1+I^2} dB(t), \\
 dR = (pb - (\mu + \gamma)R + \alpha I + \mu_1 m Z S) dt, \\
 dZ = \left(\frac{aI}{1+dI} - a_0 Z \right) dt,
 \end{cases} \tag{28}$$

则模型(28)有一个无病平衡点 $E_0 = \left(\frac{b((1-p)\mu + \gamma)}{\mu(\mu + \gamma)}, 0, \frac{pb}{\mu + \gamma}, 0 \right)$, 和一个地方病平衡点 $E^* = (S^*, I^*, R^*, Z^*)$, 其中 S^*, I^*, R^*, Z^* 满足方程

$$\begin{cases}
 S^* = \frac{(\mu + c + \alpha)}{\beta(1+I^{*2})}, \\
 R^* = \frac{1}{\mu + \gamma} \left[pb + \alpha I^* + \frac{\mu_1 ma(\mu + c + \alpha)I^*}{a_0\beta(1+dI^*)(1+I^{*2})} \right], \\
 Z^* = \frac{aI^*}{a_0(1+dI^*)}, \\
 (1-p)b - \frac{\mu(\mu + c + \alpha)(1+I^{*2})}{\beta} - (\mu + c + \alpha)I^* + \frac{\gamma pb}{\mu + \gamma} + \frac{\alpha\gamma I^*}{\mu + \gamma} + \\
 \frac{\mu_1 ma\gamma(\mu + c + \alpha)(1+I^{*2})I^*}{a_0\beta(\mu + \gamma)(1+dI^*)} - \frac{\mu_1 ma(\mu + c + \alpha)(1+I^{*2})I^*}{a_0\beta(1+dI^*)} = 0,
 \end{cases} \tag{29}$$

分别选取 $p=0.5, b=4, \mu=0.04, \beta=0.02, c=0.01, \gamma=0.001, \alpha=0.8, \mu_1=0.5, a=0.01, a_0=0.045, d=1.0$. 计算得 $E_0 = (51.219\ 5, 0, 48.780\ 5, 0), E^* = (45.559\ 8, 0.268\ 3, 54.121\ 1, 0.047\ 0)$.

当噪声强度 σ 为 0.012 时, 计算基本再生数 $\mathcal{R}_0^* = 0.982\ 9 < 1$ 和 $\sigma^2 = 3.920\ 4 \times 10^{-4} < \frac{2\mu\beta}{b} = 4 \times 10^{-4}$.

类似地, 当噪声强度分别等于 0.015 和 0.019 时, 可以分别得到 $(\mathcal{R}_0^* = 0.857\ 9, \sigma^2 = 2.25 \times 10^{-4} < 4 \times 10^{-5})$ 和 $(\mathcal{R}_0^* = 0.648\ 1, \sigma^2 = 3.61 \times 10^{-5} < 4 \times 10^{-5})$, 计算结果满足定理 3 的假设条件, 因此可以得到疾病以概率 1 灭绝. 如果增加噪声强度 σ 到 0.023, 有 $(\sigma^2 = 5.29 \times 10^{-4} > \max\left\{ \frac{\beta^2}{2(\mu + c + \alpha)}, \frac{\beta\mu(\mu + \gamma)}{b((1-p)\mu + \gamma)} \right\} =$

$\max\{4 \times 10^{-4}, 3.92 \times 10^{-4}\}$), 可以看出定理 3 的条件同样满足, 因此也可以得出疾病以概率 1 趋于灭绝. 图 1(a-d) 分别为噪声强度等于 0.012, 0.015, 0.019 和 0.023 运行 10 000 次时数值模拟结果的平均值以及局部放大的结果, 从图 1 中也能够看出平均灭绝时间分别为 89.412 7、58.865 5、21.705 8 和 8.993 7 d, 也说明了增加 SIRS 系统的噪声强度能够加快疾病的灭绝速度.

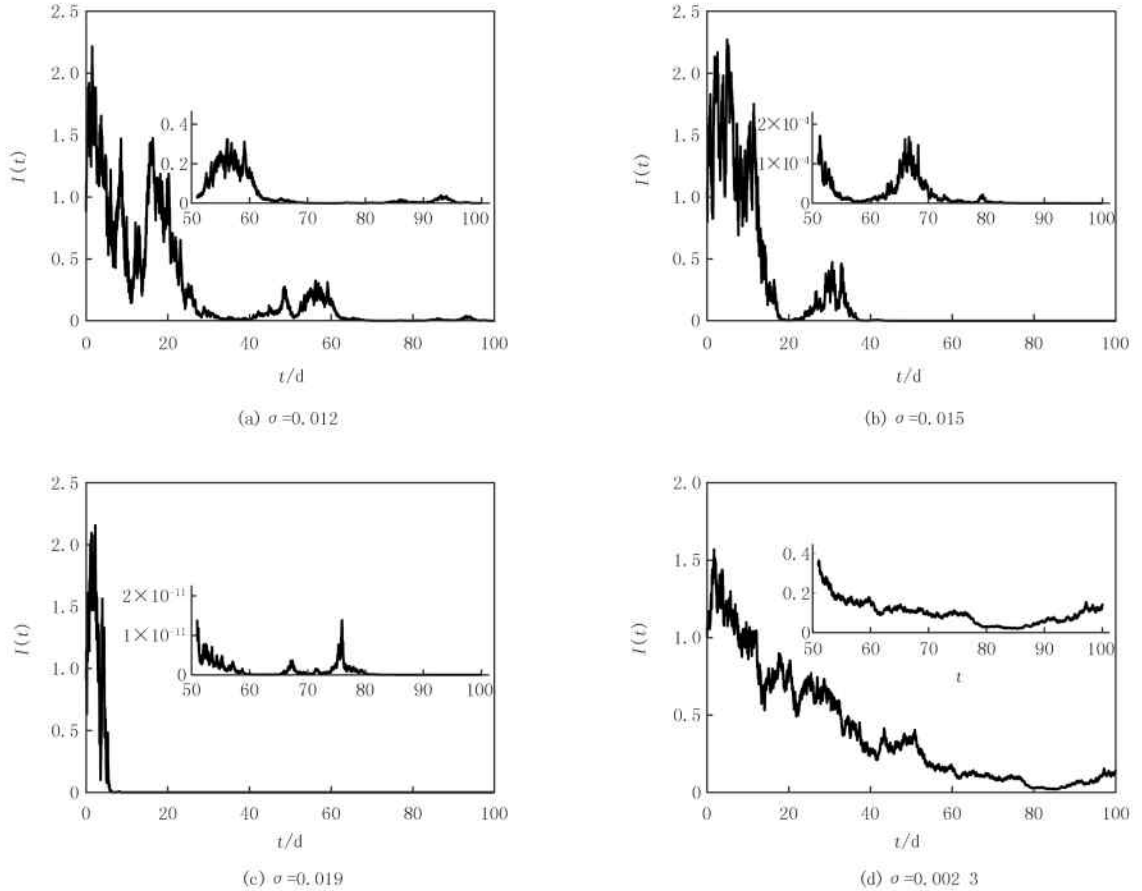


图 1 对于初值 $(S_0, I_0, R_0, Z_0) = (120, 0, 1, 0, 10, 0)$ 在 4 组不同的噪声强度下模型 (28) 式解 $I(t)$ 的时间序列图

5 结 论

本文给出了随机噪声影响的具有信息干预的 SIRS 模型, 利用了反证法研究了正解的存在唯一性, 并且给出了随机噪声扰动对基本再生数的影响, 从随机模型基本再生数可以看出噪声强度能够改变再生数. 另一方面, 也给出了随机 SIRS 模型灭绝的条件, 根据数值算例验证了结论的有效性. 从实际意义上讲, 得到的理论结果对疾病控制和预防具有一定的指导意义.

参 考 文 献

- [1] 郭文娟, 张启敏. 媒体报道下的一类 SIS 传染病模型的动力学行为研究[J]. 河南师范大学学报(自然科学版), 2017, 45(3): 42-47.
- [2] Achieng O B, Lawi O G, Nthiiri K J. Modelling the Impact of Delay in Media Coverage on the dynamics of Ebola in a Logistically growing population[J]. International Journal of Pure and Applied Mathematics, 2016, 110(1): 125-141.
- [3] Cui J A, Sun Y H, Zhu H P. The Impact of Media on the Control of Infectious Diseases[J]. Journal of Dynamics and Differential Equations, 2007, 20(1): 31-53.
- [4] Huo H F, Huang S R, Wang X Y, et al. Optimal control of a social epidemic model with media coverage[J]. Journal of Biological Dynamics, 2017, 11(1): 1-18.
- [5] Rajinder S. Stability Analysis of Infectious Diseases with Media Coverage and Poverty[J]. Mathematical Theory and Modeling, 2014, 4(4):

107-113.

- [6] 崔景安,范圣洁,陈方媛.媒体干预下的 MSM 群体艾滋病传播模型研究[J].河南师范大学学报(自然科学版),2017,45(03):34-41.
- [7] 程贝贝,胡志兴,廖福成.具有非线性发生率和时滞的 HIV 感染模型分析[J].河南师范大学学报(自然科学版),2015,43(06):16-24.
- [8] Chun Y J, Jiang D Q, Shi N Z. Two-group SIR Epidemic Model with Stochastic Perturbation[J]. 数学学报(英文版), 2012, 28(12): 2545-2560.
- [9] Allen L J S. Stochastic Population and Epidemic Models[J]. Advances in Applied Mathematics and Mechanics, 2015.
- [10] Lahrouz A, Omari L, Kiuach D, et al. Complete global stability for an SIRS epidemic model with generalized non-linear incidence and vaccination[J]. Applied Mathematics & Computation, 2012, 218(11): 6519-6525.
- [11] Diekmann O, Heesterbeek J A, Metz J A. On the definition and the computation of the basic reproduction ratio \mathcal{R}_0 in models for infectious diseases in heterogeneous populations[J]. J Math Biol, 1990, 28(4): 365-382.
- [12] Mao X. Stochastic differential equations and applications[M]. 2ed. Chichester: Horwood Publishing, 2007.

The existence of positive solution and extinction of a stochastic SIRS epidemic model with information intervention

Zhang Qimin¹, Cao Boqiang¹, Mu Xiaojie²

(1. School of Mathematics and Statistics, Ningxia University, Yinchuan 750021, China;

2. School of Mathematics and Information Science, Beifang University of Nationalities, Yinchuan, 750021, China)

Abstract: The new stochastic SIRS epidemic model, taking into account white noise and information intervention, is obtained. Using to construct appropriate \mathcal{L}^2 functions, sufficient conditions of existence and uniqueness positive solution are obtained. The extinction is studied for a stochastic SIRS epidemic model with information intervention. A study of the stochastic SIRS epidemic model reveals that the peak of population infected can be decreased by information intervention and random noise. Finally, we demonstrate the analytical results by numerical simulations.

Keywords: SIRS epidemic model; information intervention; environment fluctuation; extinction

[责任编辑 陈留院]