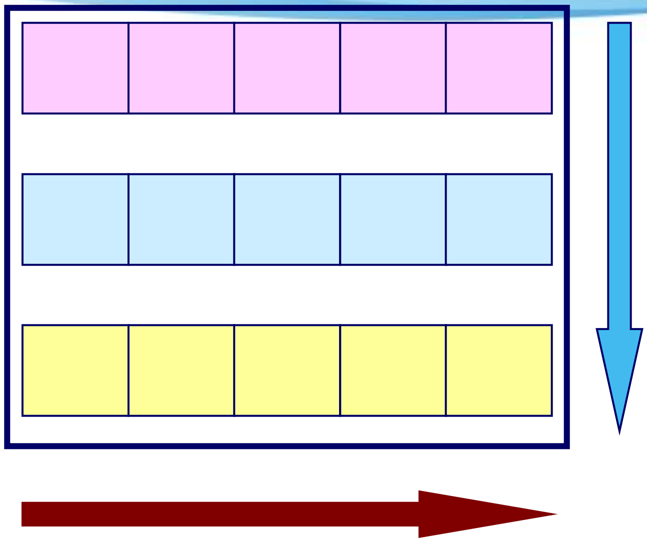


随机区组试验设计

随机区组设计中，试验仅考虑一个区组效应，

这个区组可能是试验时期，也可能是试验地域，

如果试验时期或试验地域同时出现并影响试验结果，

则随机区组设计将不适用。

不同捕蛾灯的捕蛾效果比较试验。

- 不同的灯位?
- 不同的日期?

两个方向的差异?

烟叶毒素病不同毒素浓度诱病试验。

- 不同植株?
- 同一植株上不同部位的叶片（老、嫩）?

将试验单元的两个干扰因子最大程度地减小

拉丁方设计

拉丁方

双向随机区组设计

- 将试验单元按照两个干扰因子从两个方向划分区组，
- 在每个区组组合中安排一个试验单元，
- 每个试验单元随机地接受一种处理。

试验设计与统计分析

- 概述
- 对比设计及分析
- 区组设计及分析
- 拉丁方设计及分析 （**latin square design**）
- 裂区设计及分析
- 正交设计及分析

“拉丁方（latin square）”一词最早是由英国统计学家R. A. Fisher 提出的。

其含义是：将k个不同符号（字母或数字）排列成k×k方块，使得每一个符号在每一行、每一列都仅出现一次。

- 由于开始使用这些方块时是用拉丁字母进行排列的，故称为拉丁方。

2×2 拉丁方

A	B
B	A

3×3 拉丁方

A	B	C
B	C	A
C	A	B

4×4 拉丁方

A	B	C	D
B	C	D	A
C	D	A	B
D	A	B	C

标准方（standard square）：是指代表处理的字母，在第一行和第一列皆为顺序排列的拉丁方。

2×2 标准拉丁方

A	B
B	A

3×3 标准拉丁方

A	B	C
B	C	A
C	A	B

4×4															
(1)				(2)				(3)				(4)			
A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D
B	A	D	C	B	C	D	A	B	D	A	C	B	A	D	C
C	D	B	A	C	D	A	B	C	A	D	B	C	D	A	B
D	C	A	B	D	A	B	C	D	C	B	A	D	C	B	A

4×4标准拉丁方

5 × 5

(1)						(2)						(3)						(4)				
A	*B*	*C*	*D*	*E*		*A*	*B*	*C*	*D*	*E*		*A*	*B*	*C*	*D*	*E*		*A*	*B*	*C*	*D*	*E*
B	*A*	*E*	*C*	*D*		*B*	*A*	*D*	*E*	*C*		*B*	*A*	*E*	*C*	*D*		*B*	*A*	*D*	*E*	*C*
C	*D*	*A*	*E*	*B*		*C*	*E*	*B*	*A*	*D*		*C*	*E*	*D*	*A*	*B*		*C*	*D*	*E*	*A*	*B*
D	*E*	*B*	*A*	*C*		*D*	*C*	*E*	*B*	*A*		*D*	*C*	*B*	*E*	*A*		*D*	*E*	*B*	*C*	*A*
E	*C*	*D*	*B*	*A*		*E*	*D*	*A*	*C*	*B*		*E*	*D*	*A*	*B*	*C*		*E*	*C*	*A*	*B*	*D*

5×5标准拉丁方（部分）

将标准方的行、列进行调换，可以转化出许多不同的拉丁方，

$k \times k$标准方 → $k! \times (k-1)!$

表1 k×k标准拉丁方个数和每一标准方变换的拉丁方个数

k×k	标准拉丁方个数	每一标准方变换的普通拉丁方个数
2×2	1	2
3×3	1	12
4×4	4	144
5×5	96	2880
6×6	9408	86400
7×7	16942086	3628800

双向划分区组

A	B	C
B	C	A
C	A	B

- 对试验单元分组时，可以依据两个相互独立的变异来源进行，
  - ✓ 一个变异来源对应拉丁方的行，称为行区组；
  - ✓ 另一个变异来源对应于拉丁方的列，称为列区组。
- 划分区组的原则与随机完全区组设计相同，只是多了一个方向的局部控制。

果树试验

果树树龄

树体长势

温室盆栽

平行于玻璃或膜

平行于墙

试验单元之间全部非处理因素中变异较大而且最容易观测的两个独立因素，

- 空间上的，
- 时间上的，
- 工具、操作、试验材料上的，
- 生物学上的
- 。。。。。。

都可以作为划分行、列区组的依据。

一、拉丁方设计

- 在行和列两个方向都应用了局部控制，使得行、列两向皆成区组。
- 每一行区组、列区组都包含一套完整的处理，处理间相互比较就不受行区组、列区组的影响。
- 行区组和列区组可以看作是两个相互独立的变异来源，它们所引发的变异可以分别从总变异中分离出来，从而降低误差，提高试验的精确度。
- 在试验结果的统计分析上要比随机区组多一项区组间变异。
- 行或列区组间的变异越大，拉丁方设计的效果越明显。

一、拉丁方设计----步骤

1. 选择标准方　根据处理数k选择标准方。

例1：研究5种不同饲料对乳牛产乳量影响的试验

牛的产乳量不仅受饲料的影响，

还受牛的个体和不同泌乳时期的影响。

5×5拉丁方

例1：研究5种不同饲料对乳牛产乳量影响的试验

饲料　5种不同饲料（分别用1、2、3、4、5表示）

个体　5头乳牛（分别为I、II、III、IV、V）

时期　5个泌乳期（分别为一月、二月、三月、四月、五月）

区组

三因素五水平

5×5拉丁方设计

一、拉丁方设计----步骤

1. 选择标准方

5×5

(1)

A	B	C	D	E
B	A	E	C	D
C	D	A	E	B
D	E	B	A	C
E	C	D	B	A

(2)

A	B	C	D	E
B	A	D	E	C
C	E	B	A	D
D	C	E	B	A
E	D	A	C	B

(3)

A	B	C	D	E
B	A	E	C	D
C	E	D	A	B
D	C	B	E	A
E	D	A	B	C

(4)

A	B	C	D	E
B	A	D	E	C
C	D	E	A	B
D	E	B	C	A
E	C	A	B	D

(1)				
A	B	C	D	E
B	A	E	C	D
C	D	A	E	B
D	E	B	A	C
E	C	D	B	A

表2 饲料类型对乳牛产乳量影响的拉丁方设计

泌乳时间		一月	二月	三月	四月	五月
牛号	Ⅰ	A	B	C	D	E
	Ⅱ	B	A	E	C	D
	Ⅲ	C	D	A	E	B
	Ⅳ	D	E	B	A	C
	Ⅴ	E	C	D	B	A

一、拉丁方设计----步骤

1. 选择标准方

5×5

(1)						(2)						(3)						(4)				
A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E		A	B	C	D	E
B	A	E	C	D		B	A	D	E	C		B	A	E	C	D		B	A	D	E	C
C	D	A	E	B		C	E	B	A	D		C	E	D	A	B		C	D	E	A	B
D	E	B	A	C		D	C	E	B	A		D	C	B	E	A		D	E	B	C	A
E	C	D	B	A		E	D	A	C	B		E	D	A	B	C		E	C	A	B	D

列随机 32154

行随机 25431

处理随机 51342

一、拉丁方设计----步骤

2. 列随机

按照列随机数字串的排列顺序“32145”进行列随机。

	1	2	3	4	5
1	A	B	C	D	E
2	B	A	E	C	D
3	C	D	A	E	B
4	D	E	B	A	C
5	E	C	D	B	A

	3	2	1	4	5
1	C	B	A	D	E
2	E	A	B	C	D
3	A	D	C	E	B
4	B	E	D	A	C
5	D	C	E	B	A

一、拉丁方设计----步骤

3. 行随机

按照行随机数字串的排列顺序"25431"进行行随机。

	3	2	1	4	5
1	C	B	A	D	E
2	E	A	B	C	D
3	A	D	C	E	B
4	B	E	D	A	C
5	D	C	E	B	A

	3	2	1	4	5
2	E	A	B	C	D
5	D	C	E	B	A
4	B	E	D	A	C
3	A	D	C	E	B
1	C	B	A	D	E

一、拉丁方设计----步骤

4. 处理随机

处理的“51342”排列顺序即5=A, 1=B, 3=C, 4=D, 2=E

按照处理随机数字串的排列顺序“51342”进行处理随机。

	3	2	1	4	5
2	E	A	B	C	D
5	D	C	E	B	A
4	B	E	D	A	C
3	A	D	C	E	B
1	C	B	A	D	E

→

	3	2	1	4	5
2	2	5	1	3	4
5	4	3	2	1	5
4	1	2	4	5	3
3	5	4	3	2	1
1	3	1	5	4	2

	3	2	1	4	5
2	2	5	1	3	4
5	4	3	2	1	5
4	1	2	4	5	3
3	5	4	3	2	1
1	3	1	5	4	2

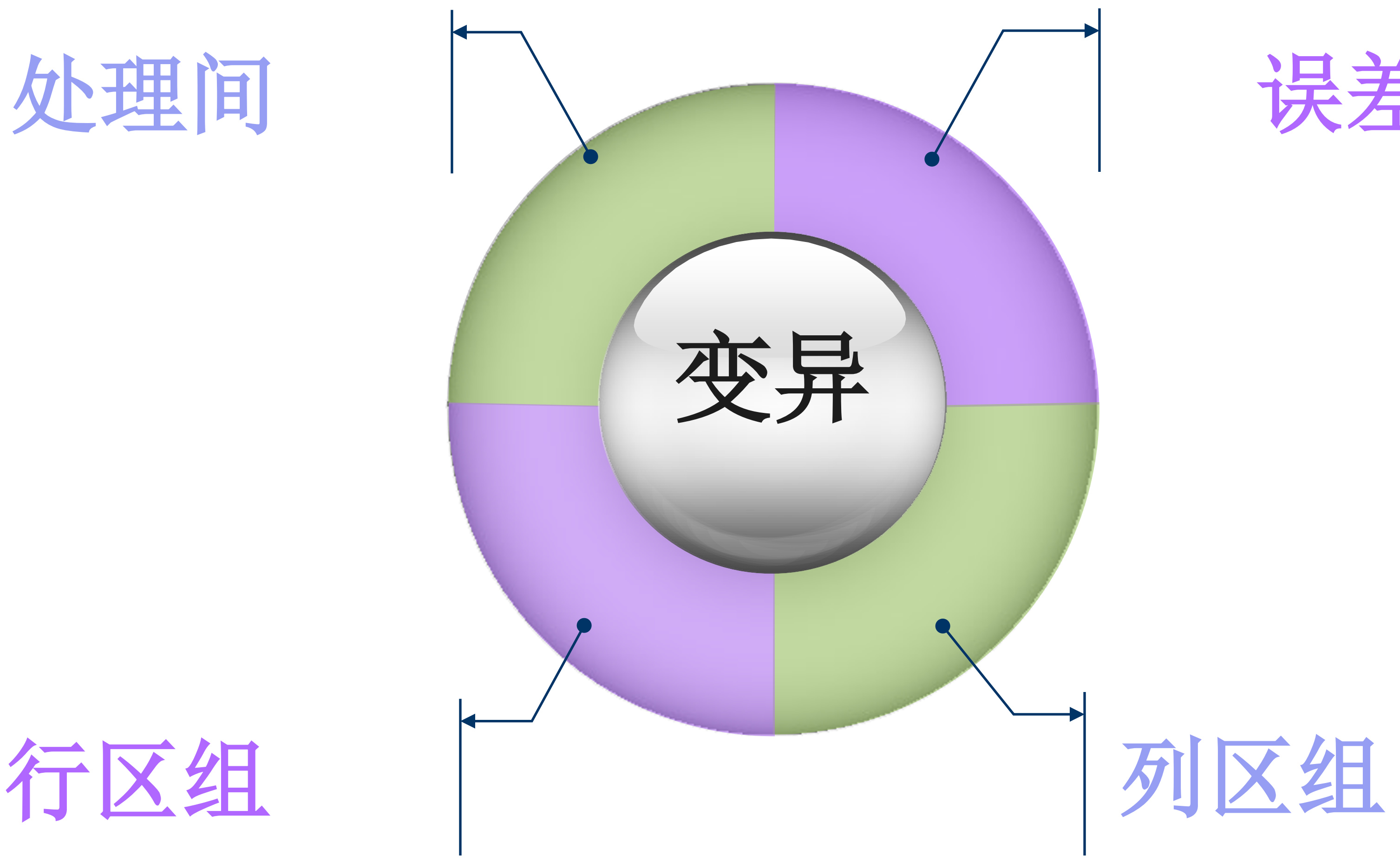
饲料号

泌乳时间		一月	二月	三月	四月	五月
牛号	Ⅰ	2	5	1	3	4
	Ⅱ	4	3	2	1	5
	Ⅲ	1	2	4	5	3
	Ⅳ	5	4	3	2	1
	Ⅴ	3	1	5	4	2

表3 饲料类型对乳牛产乳量影响的试验资料

泌乳时间		一月	二月	三月	四月	五月
牛号	I	2 300	5 320	1 390	3 390	4 380
	II	4 420	3 390	2 280	1 370	5 270
	III	1 350	2 360	4 400	5 260	3 400
	IV	5 280	4 400	3 390	2 280	1 370
	V	3 400	1 380	5 350	4 430	2 320

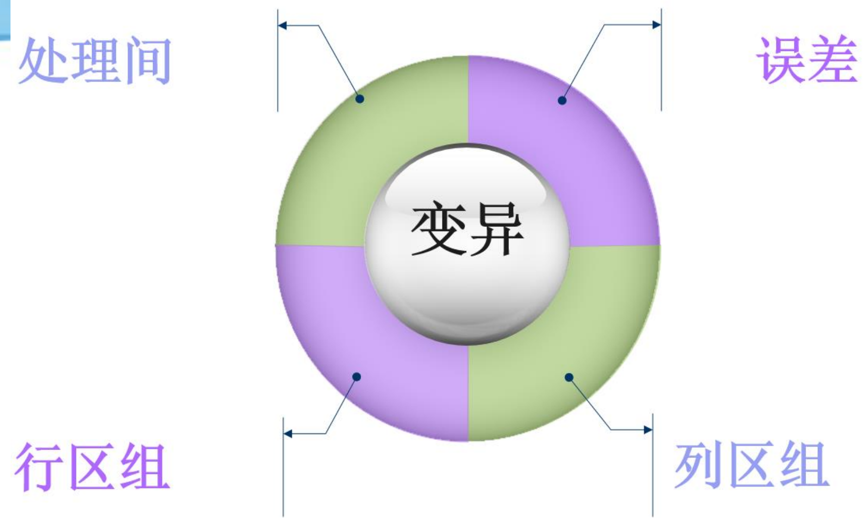
拉丁方设计



拉丁方设计

表3 饲料类型对乳牛产乳量影响的试验资料

泌乳时间		一月	二月	三月	四月	五月
牛号	I	2 300	5 320	1 390	3 390	4 380
	II	4 420	3 390	2 280	1 370	5 270
	III	1 350	2 360	4 400	5 260	3 400
	IV	5 280	4 400	3 390	2 280	1 370
	V	3 400	1 380	5 350	4 430	2 320



拉丁方试验的任一观测值的**线性模型**为：

$$x_{ij(t)} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_{(t)} + \varepsilon_{ij(t)}$$

（$i = 1,2,\ldots,k$; $j = 1,2,\ldots k$, $k = 1,2,\ldots k$）

二、结果分析

表3 饲料类型对乳牛产乳量影响的试验资料

泌乳时间		一月	二月	三月	四月	五月
牛号	Ⅰ	2 300	5 320	1 390	3 390	4 380
	Ⅱ	4 420	3 390	2 280	1 370	5 270
	Ⅲ	1 350	2 360	4 400	5 260	3 400
	Ⅳ	5 280	4 400	3 390	2 280	1 370
	Ⅴ	3 400	1 380	5 350	4 430	2 320

$$x_{ij(t)} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_{(t)} + \varepsilon_{ij(t)}$$

总体平均数

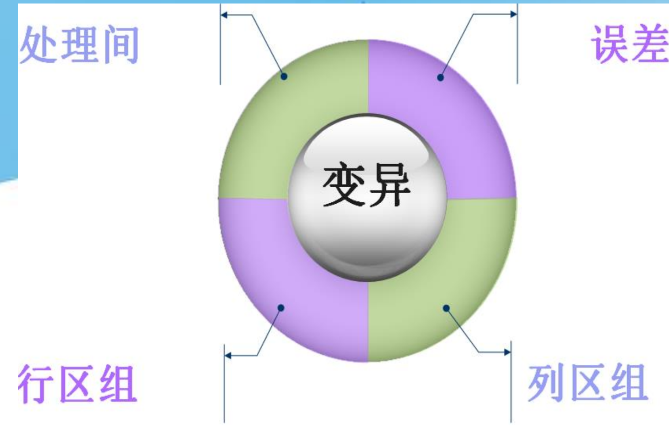
横行效应

纵列效应

处理效应

随机误差 $N(0,\sigma^2)$

***t*不是独立的坐标，*i,j* 一经确定，*t*亦随之确定。**



平方和与自由度的分解为:

$$SS_T = SS_r + SS_c + SS_t + SS_e$$

$$df_T = df_r + df_c + df_t + df_e$$

式中: r 表示横行, $r = 1,2,\ldots,k$;

c 表示纵列, $c = 1,2,\ldots,k$;

t 表示处理, $t = 1,2,\ldots k$;

e 表示随机误差。

平方和的分解

表3 饲料类型对乳牛产乳量影响的试验资料

泌乳时间		一月	二月	三月	四月	五月
牛号	Ⅰ	2 300	5 320	1 390	3 390	4 380
	Ⅱ	4 420	3 390	2 280	1 370	5 270
	Ⅲ	1 350	2 360	4 400	5 260	3 400
	Ⅳ	5 280	4 400	3 390	2 280	1 370
	Ⅴ	3 400	1 380	5 350	4 430	2 320

校正数： $$C=\frac{T^2}{k\times k}$$

总平方和： $$SS_T=\sum(x-\bar{x})^2 \qquad =\sum x^2-C$$

横行平方和： $$SS_r=k\sum(\overline{x_r}-\bar{x})^2 \qquad =\frac{\sum T_r^2}{k}-C$$

纵列平方和： $$SS_c=k\sum(\overline{x_c}-\bar{x})^2 \qquad =\frac{\sum T_c^2}{k}-C$$

处理平方和： $$SS_t=k\sum(\overline{x_t}-\bar{x})^2 \qquad =\frac{\sum T_t^2}{k}-C$$

误差平方和： $$SS_e=SS_T-SS_r-SS_c-SS_t$$

自由度的分解

总自由度： $df_T = k \times k - 1$

横行自由度： $df_r = k - 1$

纵列自由度： $df_c = k - 1$

处理自由度： $df_t = k - 1$

误差自由度： $df_e = df_T - df_r - df_c - df_t$

$= (k-1)(k-2)$

表3 饲料类型对乳牛产乳量影响的试验资料

泌乳时间		一月	二月	三月	四月	五月
牛号	I	2 300	5 320	1 390	3 390	4 380
	II	4 420	3 390	2 280	1 370	5 270
	III	1 350	2 360	4 400	5 260	3 400
	IV	5 280	4 400	3 390	2 280	1 370
	V	3 400	1 380	5 350	4 430	2 320

(1)原始资料的整理

将试验结果整理成横行、纵列两向表。

表4 饲料类型对乳牛产乳量影响的试验资料的两向表

泌乳时间		一月	二月	三月	四月	五月	T_r
牛号	I	2 300	5 320	1 390	3 390	4 380	1780
	II	4 420	3 390	2 280	1 370	5 270	1730
	III	1 350	2 360	4 400	5 260	3 400	1770
	IV	5 280	4 400	3 390	2 280	1 370	1720
	V	3 400	1 380	5 350	4 430	2 320	1880
T_c		1750	1850	1810	1730	1740	T=8880

(1)原始资料的整理

泌乳时间		一月	二月	三月	四月	五月	T_r
牛号	I	2 300	5 320	1 390	3 390	4 380	1780
	II	4 420	3 390	2 280	1 370	5 270	1730
	III	1 350	2 360	4 400	5 260	3 400	1770
	IV	5 280	4 400	3 390	2 280	1 370	1720
	V	3 400	1 380	5 350	4 430	2 320	1880
T_c		1750	1850	1810	1730	1740	T=8880

将试验结果整理成处理的总和与平均数表。

表5 饲料类型对乳牛产乳量影响的处理总和与平均值

饲料	5号	1号	3号	4号	2号	总和
T_t	1480	1860	1970	2030	1540	T=8880
$\bar{x}_t$	296	372	394	406	308	

(2)平方和与自由度的分解

泌乳时间		一月	二月	三月	四月	五月	T_r
牛号	I	2 300	5 320	1 390	3 390	4 380	1780
	II	4 420	3 390	2 280	1 370	5 270	1730
	III	1 350	2 360	4 400	5 260	3 400	1770
	IV	5 280	4 400	3 390	2 280	1 370	1720
	V	3 400	1 380	5 350	4 430	2 320	1880
T_c		1750	1850	1810	1730	1740	T=8880

$$C=\frac{T^2}{k\times k}=\frac{8880^2}{5\times 5}=3154176$$

饲料	5号	1号	3号	4号	2号	总和
T_t	1480	1860	1970	2030	1540	T=8880
$\bar{x}_t$	296	372	394	406	308	

$$SS_T=\sum x^2-C=300^2+320^2+\cdots+320^2-3154176=63224$$

$$SS_r=\frac{\sum T_r^2}{k}-C=\frac{(1780^2+1730^2+\cdots+1880^2)}{5}-3154176=3224$$

$$SS_c=\frac{\sum T_c^2}{k}-C=\frac{(1750^2+1850^2+\cdots+1740^2)}{5}-3154176=2144$$

$$SS_t=\frac{\sum T_t^2}{k}-C=\frac{(1480^2+1860^2+\cdots+1540^2)}{5}-3154176=50504$$

$$SS_e=SS_T-SS_r-SS_c-SS_t=7352$$

(2)平方和与自由度的分解

自由度的分解:

$$df_T=k\times k-1=25-1=24$$

$$df_r=k-1=5-1=4$$

$$df_c=k-1=5-1=4$$

$$df_t=k-1=5-1=4$$

$$df_e=df_T-df_r-df_c-df_t=12$$

泌乳时间		一月	二月	三月	四月	五月	T_r
牛号	I	2 300	5 320	1 390	3 390	4 380	1780
	II	4 420	3 390	2 280	1 370	5 270	1730
	III	1 350	2 360	4 400	5 260	3 400	1770
	IV	5 280	4 400	3 390	2 280	1 370	1720
	V	3 400	1 380	5 350	4 430	2 320	1880
T_c		1750	1850	1810	1730	1740	T=8880

饲料	5号	1号	3号	4号	2号	总和
T_t	1480	1860	1970	2030	1540	T=8880
$\bar{x}_t$	296	372	394	406	308	

(3)列方差分析表进行F检验

表6 饲料类型对乳牛产乳量影响的试验资料的方差分析表

变异来源	df	SS	S^2	F	$F_{0.05}$	$F_{0.01}$
横行（乳牛）间	4	3224	536.00			
纵列（月份）间	4	2144	806.00			
处理（饲料）间	4	50504	12626.00	**20.61****	3.26	5.41
误 差	12	7352	612.67			
总变异	24	63224				

- ♠ 乳牛和月份间的差异不是试验的目的，不需比较；
- ♠ 5种不同饲料间存在着极显著的差异，需多重比较。

(4)饲料间多重比较

q 法

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{s_e^2}{k}} = \sqrt{\frac{612.67}{5}} = 11.07$$

由df_e=12，秩次距k=2、3、4、5，查表得临界q值，并求解LSR值。

k	$q_{0.05}$	$q_{0.01}$	$LSR_{0.05}$	$LSR_{0.01}$
2	3.08	4.32	34.096	47.822
3	3.77	5.04	41.734	55.793
4	4.20	5.50	46.494	60.885
5	4.51	5.84	49.926	64.649

(4)饲料间多重比较

k	$LSR_{0.05}$	$LSR_{0.01}$
2	34.096	47.822
3	41.734	55.793
4	46.494	60.885
5	49.926	64.649

表7 饲料类型对乳牛产乳量影响的试验资料的多重比较表

饲料	平均产乳量	差异显著性	
		α=0.05	α=0.01
4号	406	a	A
3号	394	a	A
1号	372	a	A
2号	308	b	B
5号	296	b	B

☼ 饲料4号、3号和1号的产乳量极显著高于饲料2号和5号；

☼ 饲料4号、3号和1号间差异未达显著；

☼ 饲料2号和5号间差异未达显著。

拉丁方设计　特点

泌乳时间		一月	二月	三月	四月	五月	T_r
牛号	I	2 300	5 320	1 390	3 390	4 380	1780
	II	4 420	3 390	2 280	1 370	5 270	1730
	III	1 350	2 360	4 400	5 260	3 400	1770
	IV	5 280	4 400	3 390	2 280	1 370	1720
	V	3 400	1 380	5 350	4 430	2 320	1880
T_c		1750	1850	1810	1730	1740	T=8880

- 试验的重复数与处理数相等，行数与列数相等，即

处理数=行数=列数；

- 每一横行和每一纵列都包括全部处理，形成一个完全区组；

- 所有处理在横行和纵列中都进行随机排列。

拉丁方设计

泌乳时间		一月	二月	三月	四月	五月	T_r
牛号	I	2 300	5 320	1 390	3 390	4 380	1780
	II	4 420	3 390	2 280	1 370	5 270	1730
	III	1 350	2 360	4 400	5 260	3 400	1770
	IV	5 280	4 400	3 390	2 280	1 370	1720
	V	3 400	1 380	5 350	4 430	2 320	1880
T_c		1750	1850	1810	1730	1740	T=8880

要求

- 必须是三个因素的试验，且三个因素的水平数相等。
- 各因素间无交互作用。
- 各行、列、处理的方差齐性。

拉丁方设计　优点

- 拉丁方设计在不增加试验单位的情况下，比随机区组设计多设置了一个区组因素，能将横行和纵列两个区组间的变异从试验误差中分离出来，因此应用拉丁方设计在控制试验误差、提高试验**精确度**方面比随机区组试验更为有效。
- Cochran经过8年的田间试验表明，拉丁方试验的误差方差约为随机区组试验的73%。

如果某一方向的区组间变异不大，拉丁方设计的功效不如随机完全区组设计。部分原因是，双向区组控制比单向区组控制有更小的误差自由度。

拉丁方设计　缺点

因拉丁方设计需要保持行、列、处理数三者相等如正方形的试验空间，故缺乏伸缩性。

* 一般，拉丁方设计处理数不能太多，以4-8个为宜，且在对试验精确度有较高要求时使用。

* 为了较精确地估计试验误差和检验处理效应，拉丁方试验要求误差自由度不小于12，最好大于20。

* 拉丁方设计是在假定行区组、列区组、处理彼此无互作的前提下构造出来的，如果有明显的互作则不宜采用。

* 若处理数多（k >10），则重复数也多，横行、纵列区组数也多，导致试验工作量大，且同一单位组内试验单元的初始条件亦难控制一致。

* $k \times k$型拉丁方的误差项自由度为 $df_e=(k-1)(k-2)$，因此 2×2型拉丁方没有误差项自由度，3×3型拉丁方的误差项自由度为 $df_e=(3-1)(3-2)=2$，4×4型拉丁方其自由度为 $df_e=(4-1)(4-2)=6$。

*即 k值越大，其误差项自由度越大。

*若处理数少（$k \le 4$ ），则重复数也少，误差自由度小于12，检验的灵敏度下降；

*此时，可采用“重复拉丁方设计”或“复拉丁方设计”，即采用相同大小的拉丁方重复进行若干次试验，如5次3×3拉丁方试验， 3次4×4拉丁方试验。然后将试验数据合并分析，从而增加了误差项的自由度，提高检验的灵敏度。

三、二因素拉丁方设计

二因素拉丁方设计试验结果的分析与随机完全区组设计、完全随机设计的情形一样，可以单因素试验为基础进行分析。

$$SS_t$$

$$SS_T = SS_r + SS_c + SS_A + SS_B + SS_{AB} + SS_e$$

$$df_T = df_r + df_c + df_A + df_B + df_{AB} + df_e$$

$$df_t$$

二因素拉丁方设计

A因素a水平

$$k = ab$$

B因素b水平

行数＝列数＝处理数＝ab

三、二因素拉丁方设计

有一植物学产量 ($kg/667m^2$) 研究试验，

A因素为品种(a=2)，

B因素为肥料试验(b=3)，

拉丁方设计如何进行设计？

A因素2水平

B因素3水平

$k=6$

行数＝列数＝处理数=6

重复6次

6×6

二因素拉丁方设计

表8 植物学产量试验的拉丁方设计表

行区组	列区组					
	I	II	III	IV	V	VI
I	22	12	11	13	21	23
II	13	22	23	21	12	11
III	11	21	22	12	23	13
IV	21	11	12	23	13	22
V	23	13	21	22	11	12
VI	12	23	13	11	22	21

二因素拉丁方设计

行区组	列区组					
	I	II	III	IV	V	VI
I	22	12	11	13	21	23
II	13	22	23	21	12	11
III	11	21	22	12	23	13
IV	21	11	12	23	13	22
V	23	13	21	22	11	12
VI	12	23	13	11	22	21

表9 植物学产量试验的数据资料表

行区组	列区组					
	I	II	III	IV	V	VI
I	507	399	430	507	517	643
II	548	493	582	529	427	419
III	367	437	486	452	598	437
IV	588	407	386	611	504	597
V	524	515	544	531	435	482
VI	389	546	479	505	560	504

$$C=\frac{T^2}{k\times k}=\frac{T^2}{ab\times ab}$$

$$SS_T=\sum(x-\bar{x})^2=\sum x^2-C$$

$$SS_r=k\sum(\overline{x_r}-\bar{x})^2=\frac{\sum T_r^2}{k}-C$$

$$SS_c=k\sum(\overline{x_c}-\bar{x})^2=\frac{\sum T_c^2}{k}-C$$

$$SS_t=k\sum(\overline{x_{AB}}-\bar{x})^2=\frac{\sum T_{AB}^2}{k}-C$$

$$SS_A=bk\sum(\overline{x_A}-\bar{x})^2=\frac{\sum T_A^2}{bk}-C$$

$$SS_B=ak\sum(\overline{x_B}-\bar{x})^2=\frac{\sum T_B^2}{ak}-C$$

$$SS_{AB}=SS_t-SS_A-SS_B$$

$$SS_e=SS_T-SS_t-SS_c-SS_r$$

df_T $= k \times k - 1$ $= ab \times ab - 1$

$\mathrm{d}f_r$ $= k - 1 = ab - 1$

$\mathrm{d}f_c$ $= k - 1 = ab - 1$

$\mathrm{d}f_t$ $= k - 1 = ab - 1$

$\mathrm{d}f_A$ $= a - 1$

$\mathrm{d}f_B$ $= b - 1$

df_{AB} $= \mathrm{d}f_{\mathrm{t}} - \mathrm{d}f_{\mathrm{A}} - \mathrm{d}f_{\mathrm{B}}$ $= (a-1)(b-1)$

SS_{e} $= (k^2 - 1) - 3(k - 1)$ $= (k-1)(k-2)$

三、二因素拉丁方设计

行区组	列区组					
	I	II	III	IV	V	VI
I	22	12	11	13	21	23
II	13	22	23	21	12	11
III	11	21	22	12	23	13
IV	21	11	12	23	13	22
V	23	13	21	22	11	12
VI	12	23	13	11	22	21

表10 植物学产量试验的数据资料两向表

行区组	列区组						行和
	I	II	III	IV	V	VI	
I	507	399	430	507	517	643	3003
II	548	493	582	529	427	419	2998
III	367	437	486	452	598	437	2777
IV	588	407	386	611	504	597	3093
V	524	515	544	531	435	482	3031
VI	389	546	479	505	560	504	2983
列和	2923	2797	2907	3135	3041	3082	17885

行区组	列区组					
	I	II	III	IV	V	VI
I	22	12	11	13	21	23
II	13	22	23	21	12	11
III	11	21	22	12	23	13
IV	21	11	12	23	13	22
V	23	13	21	22	11	12
VI	12	23	13	11	22	21

行区组	列区组						行和
	I	II	III	IV	V	VI	
I	507	399	430	507	517	643	3003
II	548	493	582	529	427	419	2998
III	367	437	486	452	598	437	2777
IV	588	407	386	611	504	597	3093
V	524	515	544	531	435	482	3031
VI	389	546	479	505	560	504	2983
列和	2923	2797	2907	3135	3041	3082	17885

表11 品种(A) ×肥料(B)总和的两向表

品种(A)	肥料(B)			行和 T_A
	B_1	B_2	B_3	
A_1	2563	2535	2990	8088
A_2	3119	3174	3504	9797
列和T_B	5682	5709	6494	17885

表12 品种(A) ×肥料(B)平均数的两向表

品种(A)	肥料(B)			行平均
	B_1	B_2	B_3	
A_1	427.17	422.50	498.33	674.00
A_2	519.83	529.00	584.00	816.42
列平均	473.50	475.75	541.17	496.81

二因素拉丁方设计

表13 植物学产量数据的方差分析表

变异来源	*df*	*SS*	*MS*	*F*	*P*
行区组	5	9572.81	1914.56	1.17	0.3595
列区组	5	13368.81	2673.76	1.63	0.1979
品种	1	81130.03	81130.03	49.45**	0.0001
肥料	2	35452.72	17726.36	10.81**	0.0004
品种×肥料	2	674.39	337.20	0.21	0.8159
误差	20	32810.89	1640.54		
总变异	35	173009.64	4943.13		

四、希腊拉丁方设计

如果试验因素不是一个，而是两个、三个或更多个，

供试单元不能增加，

在拉丁方设计的基础上，在不增加试验次数的条件下引入另一因素。

正交拉丁方

四、希腊拉丁方设计

A	B	C		α	β	γ		$A\alpha$	$B\beta$	$C\gamma$
B	C	A		γ	α	β	→	$B\gamma$	$C\alpha$	$A\beta$
C	A	B		β	γ	α		$C\beta$	$A\gamma$	$B\alpha$
(1)				(2)				(3)		

- 在一个用拉丁字母表示的$k \times k$拉丁方上，
- 再整合一个用希腊字母表示的$k \times k$拉丁方，
- 并使每个希腊字母与每个拉丁字母都共同出现一次，且仅出现一次，
- 此时称这两个拉丁方正交。
- 这样的设计称为希腊拉丁方设计。
- 两个正交的拉丁方重叠起来时，任一希腊字母与每一拉丁字母只相遇一次。

四、希腊拉丁方设计

A	*B*	*C*		α	β	γ		*A*α	*B*β	*C*γ
B	*C*	*A*		γ	α	β	→	*B*γ	*C*α	*A*β
C	*A*	*B*		β	γ	α		*C*β	*A*γ	*B*α
(1)				(2)				(3)		

- 希腊字母、拉丁字母各代表一个因素，
- 不同的字母则代表这两个因素的不同水平。
- 此设计中，可容纳4个因素，即行、列、希腊字母、拉丁字母。
  - 行与列两个方向有差异，采用四因素方差分析可以克服这种差异的干扰；
  - 行、列间无显著差异，可一次推断四因素对试验结果有无显著影响。
- 这4个因素中常只有一个代表需要检测的处理效应，其他均为希望排除的外来因素的影响。
- 可控制三种不需要的变异性。无交互作用。

四、希腊拉丁方设计

A	*B*	*C*		*α*	*β*	*γ*		*Aα*	*Bβ*	*Cγ*
B	*C*	*A*		*γ*	*α*	*β*		*Bγ*	*Cα*	*Aβ*
C	*A*	*B*		*β*	*γ*	*α*		*Cβ*	*Aγ*	*Bα*
	(1)				(2)				(3)	

- 可以节约试验次数；
- 但要求各因素水平数相同且无交互作用。
- 方差分析时，随因素增加误差项自由度减少，使得分析可靠度降低。
- 正交拉下方的个数不超过拉丁字母个数减1。不是任何拉丁方都有与之正交的拉丁方，如6×6拉丁方则不存在正交拉丁方。
- 每个因素都有*k*个水平，进行k^2次试验。
- 分析方法与拉丁方相似，只是多了一个希腊字母所代表的因素。
- 希腊拉丁方设计要求所有因素间均无交互作用。

A	B	C	D	E
B	C	D	E	A
C	D	E	A	B
D	E	A	B	C
E	A	B	C	D

α	β	γ	δ	ε
γ	δ	ε	α	β
ε	α	β	γ	δ
β	γ	δ	ε	α
δ	ε	α	β	γ

$A\alpha$	$B\beta$	$C\gamma$	$D\delta$	$E\varepsilon$
$B\gamma$	$C\delta$	$D\varepsilon$	$E\alpha$	$A\beta$
$C\varepsilon$	$D\alpha$	$E\beta$	$A\gamma$	$B\delta$
$D\beta$	$E\gamma$	$A\delta$	$B\varepsilon$	$C\alpha$
$E\delta$	$A\varepsilon$	$B\alpha$	$C\beta$	$D\gamma$

- **大豆的品种产量比较试验，**
- **5个品种（拉丁字母表示），5种栽培模式（希腊字母表示）。**

表14 大豆品种产量比较希腊拉丁方试验结果

行区组	列区组					行和
	1	2	3	4	5	
1	Aα=53	Bβ=44	Cγ=45	Dδ=49	Eε=40	231
2	Bγ=52	Cδ=51	Dε=44	Eα=42	Aβ=50	239
3	Cε=50	Dα=46	Eβ=43	Aγ=54	Bδ=47	240
4	Dβ=45	Eγ=49	Aδ=54	Bε=44	Cα=40	232
5	Eδ=43	Aε=60	Bα=45	Cβ=43	Dγ=44	235
列和	243	250	231	232	221	1177

四、希腊拉丁方设计

表14 大豆品种产量比较希腊拉丁方试验结果

行区组	列区组					行和
	1	2	3	4	5	
1	Aα=53	Bβ=44	Cγ=45	Dδ=49	Eε=40	231
2	Bγ=52	Cδ=51	Dε=44	Eα=42	Aβ=50	239
3	Cε=50	Dα=46	Eβ=43	Aγ=54	Bδ=47	240
4	Dβ=45	Eγ=49	Aδ=54	Bε=44	Cα=40	232
5	Eδ=43	Aε=60	Bα=45	Cβ=43	Dγ=44	235
列和	243	250	231	232	221	1177

行区组	列区组					行和
	1	2	3	4	5	
1	Aα=53	Bβ=44	Cγ=45	Dδ=49	Eε=40	231
2	Bγ=52	Cδ=51	Dε=44	Eα=42	Aβ=50	239
3	Cε=50	Dα=46	Eβ=43	Aγ=54	Bδ=47	240
4	Dβ=45	Eγ=49	Aδ=54	Bε=44	Cα=40	232
5	Eδ=43	Aε=60	Bα=45	Cβ=43	Dγ=44	235
列和	243	250	231	232	221	1177

表15 大豆品种产量比较希腊拉丁方试验结果方差分析表

变异来源	*df*	*SS*	*MS*	*F*	*P*
行区组	4	13.04	3.26		
列区组	4	101.84	25.46		
栽培模式	4	70.24	17.56		
品种	4	342.64	85.66	11.04**	
误差	8	62.08	7.76		
总变异	24	589.84			