

# 媒体报道下的一类 SIS 传染病模型的动力学行为研究

郭文娟<sup>1</sup>, 张启敏<sup>1,2</sup>

(1. 北方民族大学 数学与信息科学学院, 银川 750021; 2. 宁夏大学 数学统计学院, 银川 750021)

**摘要:** 讨论了一类基于媒体报道下的 SIS 传染病模型的动力学行为. 该模型存在两个平衡点即一个无病平衡点和一个地方病平衡点. 给出了控制疾病持久与灭绝的临界值  $R_0$ , 当  $R_0 \leq 1$  时, 无病平衡点是全局渐近稳定的, 意味着疾病是灭绝的; 另一方面, 当  $R_0 > 1$  时, 地方病平衡点是全局渐近稳定的, 也即疾病是持久的. 最后通过数值算例对本文的结论进行了验证.

**关键词:** 流行病模型; 媒体报道; 基本再生数; 全局渐近稳定性

**中图分类号:** O175.1

**文献标志码:** A

传染病和流行病给人们的生活, 社会和经济发展带来了很大的危害. 越来越引起了生物数学和疾病预防等工作者的重视, 并取得了大量的研究成果. 考虑如下古典的 SIS 传染病模型<sup>[1]</sup>:

$$\begin{cases} \frac{dS(t)}{dt} = \Lambda - \mu S - \beta SI + \gamma I, \\ \frac{dI(t)}{dt} = \beta SI - (\mu + \gamma)I, \end{cases} \quad (1)$$

其中  $\Lambda, \mu, \beta, \gamma$  都是正的常数,  $S(t), I(t)$  分别表示  $t$  时刻易感者和感染者的数量,  $\Lambda$  是易感者的补充率,  $\mu$  是人口的自然死亡率,  $\beta$  是疾病的传染率系数,  $\gamma$  是感染者的恢复率. 模型(1)的动力学行为完全由基本再生数  $R_0$  控制<sup>[2]</sup>, 当  $R_0 < 1$  时, 无病平衡点是全局渐近稳定的; 当  $R_0 > 1$  时, 无病平衡点仍然存在而且还存在唯一一个地方病平衡点是全局渐近稳定的.

当一个地区出现流行病时, 媒体报道首先成为一个快速的并且是及时的控制流行病转移和传播的方法, 也就是通过媒体报道告诉人们它的传播途径, 从而减少人与人之间的接触率, 达到有效控制疾病传播的目的. 这一点在前几年的 SARS 和 AIDS 中已得到证实<sup>[3-5]</sup>. 因此, 许多学者都在研究关于媒体报道对流行病传播过程的影响<sup>[6-9]</sup>. 在模型(1)中, 疾病的传染率系数  $\beta$  是一个常数, 而在现实意义下, 疾病的传染率由于媒体报道的因素是会减小的<sup>[8]</sup>. 所以可将疾病的传染率  $\beta$  表示为媒体报道的函数, 即  $\beta = \beta_1 - \beta_2 f(I)$ , 那么模型(1)表示为:

$$\begin{cases} \frac{dS(t)}{dt} = \Lambda - \mu S - (\beta_1 - \beta_2 f(I))SI + \gamma I, \\ \frac{dI(t)}{dt} = (\beta_1 - \beta_2 f(I))SI - (\mu + \gamma)I, \end{cases} \quad (2)$$

其中  $\beta_1$  是自然接触率,  $\beta_2 f(I)$  是受疾病影响而减少的接触率. 因为每个人不可避免与他人的接触, 所以假设  $\beta_1 > \beta_2$ . 函数  $f(I)$  满足: (H1)  $f(0) = 0, f'(I) \geq 0$  且  $\lim_{I \rightarrow \infty} f(I) = 1$ . 模型(2)的状态空间为  $\mathbf{X} \equiv \mathbf{R}_+^2 = \{(S, I) : S > 0, I \geq 0\}$ .

模型(2)是在模型(1)的基础上考虑了媒体报道对疾病的影响, 并且证明了  $R_0 = 1$  的情形, 即当  $R_0 = 1$

收稿日期: 2017-01-09; 修回日期: 2017-04-05.

基金项目: 国家自然科学基金(11461053; 11661064)

作者简介(通信作者): 张启敏(1964-), 女, 宁夏银川人, 宁夏大学教授, 博士生导师, 研究方向为控制理论及其应用, E-mail: zhangqimin64@sina.com.

时,无病平衡点  $E_0 = (\frac{\Lambda}{\mu}, 0)$  仍然是全局渐近稳定的. 本文的主要目的首先讨论模型(2)平衡点的存在条件,然后在平衡点存在的情况下讨论其全局渐近稳定性,从而得知疾病的灭绝与持久是由基本再生数控制的. 最后又通过数值模拟对本文的结果进行了验证. 本文是对模型(1)结论的拓展与完善.

### 1 平衡点的存在性和基本再生数

通过直接计算,可知道模型(2)的无病平衡点  $E_0 = (\frac{\Lambda}{\mu}, 0)$  是恒存在的,下面讨论地方病平衡点  $E^* = (S^*, I^*)$  的存在性,  $E^* = (S^*, I^*)$  由如下的方程组确定:

$$\begin{cases} \Lambda - \mu S^* - (\beta_1 - \beta_2 f(I^*)) S^* I^* + \gamma I^* = 0, \\ (\beta_1 - \beta_2 f(I^*)) S^* I^* - (\mu + \gamma) I^* = 0, \end{cases} \tag{3}$$

通过解方程组(3)可得

$$S^* = \frac{\mu + \gamma}{\beta_1 - \beta_2 f(I^*)}, \tag{4}$$

和

$$\Lambda - \mu \frac{\mu + \gamma}{\beta_1 - \beta_2 f(I^*)} - \mu I^* = 0.$$

令

$$F(I) := \Lambda - \mu \frac{\mu + \gamma}{\beta_1 - \beta_2 f(I)} - \mu I, \tag{5}$$

因为  $F(I)$  是减函数,且

$$\begin{aligned} F(0) &= \Lambda - \frac{\mu(\mu + \gamma)}{\beta_1} = \frac{\Lambda\beta_1 - \mu(\mu + \gamma)}{\beta_1} = \\ &= \frac{\mu(\mu + \gamma)}{\beta_1} \left[ \frac{\Lambda\beta_1}{\mu(\mu + \gamma)} - 1 \right] = \frac{\mu(\mu + \gamma)}{\beta_1} (R_0 - 1), \end{aligned}$$

所以,当  $R_0 > 1$  时,  $F(I) = 0$  有唯一的正解  $I^*$ , 即模型(2)有唯一的地方病平衡点  $E^* = (S^*, I^*)$ .

计算出模型(2)的基本再生数<sup>[10]</sup>为

$$R_0 = \frac{\Lambda\beta_1}{\mu(\mu + \gamma)}, \tag{6}$$

$R_0$  是一个控制疾病持久与灭绝的临界值.

设  $N(t) = S(t) + I(t)$ , 将模型(2)中的两个方程相加可得

$$\frac{dN}{dt} = \Lambda - \mu N. \tag{7}$$

两边同时积分得

$$N(t) = \frac{\Lambda}{\mu} + (N(0) - \frac{\Lambda}{\mu}) e^{-\mu t}.$$

显然有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} N(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} S(t) + \lim_{t \rightarrow \infty} I(t) = \frac{\Lambda}{\mu},$$

即

$$S + I \leq \frac{\Lambda}{\mu}.$$

所以,可以在有界集

$$\Gamma = \left\{ (S, I) \in \mathbf{X} : 0 < S + I \leq \frac{\Lambda}{\mu} \right\} \subset \mathbf{X} \tag{8}$$

中讨论模型(2)的动力学行为.

## 2 无病平衡点的全局渐近稳定性

下面讨论无病平衡点  $E_0$  的全局渐近稳定性.

**定理 1** 若  $R_0 \leq 1$ , 则模型(2) 的无病平衡点  $E_0 = (\frac{\Lambda}{\mu}, 0)$  是全局渐近稳定的.

**证明** 定义一个 Lyapunov 函数

$$V(S, I) = \frac{1}{2} (S - \frac{\Lambda}{\mu})^2 + \theta I,$$

其中  $\theta = \frac{\Lambda}{\mu}$ , 那么

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= (S - \frac{\Lambda}{\mu})(\Lambda - \mu S - (\beta_1 - \beta_2 f(I)) + \gamma I) + \theta((\beta_1 - \beta_2 f(I))SI - (\mu + \gamma)I) = (S - \\ &\frac{\Lambda}{\mu})(\Lambda - \mu S) - (S - \frac{\Lambda}{\mu})(\beta_1 - \beta_2 f(I))SI + (S - \frac{\Lambda}{\mu})\gamma I + \theta(\beta_1 - \beta_2 f(I))SI - \theta(\mu + \gamma)I. \end{aligned}$$

又因为

$$(\beta_1 - \beta_2 f(I))SI = (\beta_1 - \beta_2 f(I))(S - \frac{\Lambda}{\mu})I + \frac{\Lambda}{\mu}(\beta_1 - \beta_2 f(I))I.$$

则

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= -\mu(S - \frac{\Lambda}{\mu})^2 - (S - \frac{\Lambda}{\mu})^2(\beta_1 - \beta_2 f(I))I - (S - \frac{\Lambda}{\mu})\theta((\beta_1 - \beta_2 f(I))I) + (S - \frac{\Lambda}{\mu})\gamma I + \\ &\theta((\beta_1 - \beta_2 f(I))SI) - \theta(\mu + \gamma)I = -\mu(S - \frac{\Lambda}{\mu})^2 - (S - \frac{\Lambda}{\mu})^2(\beta_1 - \beta_2 f(I))I - S\theta((\beta_1 - \\ &\beta_2 f(I))I) + \frac{\Lambda}{\mu}\theta((\beta_1 - \beta_2 f(I))I) + (S - \frac{\Lambda}{\mu})\gamma I + \theta((\beta_1 - \beta_2 f(I))SI) - \theta(\mu + \gamma)I = \\ &-(\mu + (\beta_1 - \beta_2 f(I))I)(S - \frac{\Lambda}{\mu})^2 + \frac{\Lambda(\beta_1 - \beta_2 f(I)) - \mu(\mu + \gamma)}{\mu}\theta I + (S - \frac{\Lambda}{\mu})\gamma I. \end{aligned}$$

接下来考虑  $\Lambda(\beta_1 - \beta_2 f(I)) - \mu(\mu + \gamma)$ , 又因为  $f(I) = f(0) + f'(0)I + o(I)$ , 可得

$$\begin{aligned} \Lambda(\beta_1 - \beta_2 f(I)) - \mu(\mu + \gamma) &= \Lambda\beta_1 - \Lambda\beta_2(f(0) + f'(0)I + o(I)) - \mu(\mu + \gamma) = \\ &\Lambda\beta_1 - \Lambda\beta_2 f'(0)I - \Lambda\beta_2 o(I) - \mu(\mu + \gamma) \leq \Lambda\beta_1 - \mu(\mu + \gamma) - \Lambda\beta_2 f'(0)I = \\ &\mu(\mu + \gamma)(\frac{\Lambda\beta_1}{\mu(\mu + \gamma)} - 1) - \Lambda\beta_2 f'(0)I, \end{aligned}$$

因此

$$\frac{dV}{dt} \leq -(\mu + (\beta_1 - \beta_2 f(I))I)(S - \frac{\Lambda}{\mu})^2 + (\mu + \gamma)(R_0 - 1)\theta I - \frac{\Lambda\beta_2 f'(0)\theta}{\mu} I^2 + (S - \frac{\Lambda}{\mu})\gamma I. \quad (9)$$

当  $R_0 < 1$  时, 由于  $S, I$  非负, 则(9) 式是非正的, 即  $\frac{dV}{dt} \leq 0$ , 当且仅当  $S = \frac{\Lambda}{\mu}, I = 0$  时,  $\frac{dV}{dt} = 0$  成立. 因此,

$\{(S, I): \frac{dV}{dt} = 0\}$  的最大不变集是一个单点集  $\{E_0\}$ .

当  $R_0 = 1$  时,

$$\frac{dV}{dt} \leq -(\mu + (\beta_1 - \beta_2 f(I))I)(S - \frac{\Lambda}{\mu})^2 - \frac{\Lambda\beta_2 f'(0)\theta}{\mu} I^2 \leq 0, \quad (10)$$

即当且仅当  $S = \frac{\Lambda}{\mu}, I = 0$  时,  $\frac{dV}{dt} = 0$ . 由 LaSalle 不变原理<sup>[11-12]</sup> 可知, 模型(2) 的任意解都收敛到  $B$ , 其中

$B \subset \{(S, I): S = \frac{\Lambda}{\mu}, I = 0\}$  是模型(2) 的最大不变子集, 即  $B = \{E_0\}$  是一个单点集. 因此, 当  $R_0 \leq 1$  时, 在

有界集  $\Gamma$  中,  $E_0$  是全局渐近稳定的.

### 3 地方病平衡点的全局渐近稳定性

下面讨论地方病平衡点  $E^*$  的全局渐近稳定性.

**定理 2** 当  $R_0 > 1$  时,模型(2)有唯一的地方病平衡点  $E^* = (S^*, I^*)$  是全局渐近稳定的,且  $E_0$  是不稳定的.

**证明** 将  $E^*$  代入模型(2)的 Jacobian 矩阵有

$$J(E^*) = \begin{bmatrix} -\mu - (\beta_1 - \beta_2 f(I^*))I^* & \frac{\beta_2 f'(I^*)(\mu + \gamma)I^* - \mu(\beta_1 - \beta_2 f(I^*))}{\beta_1 - \beta_2 f(I^*)} \\ (\beta_1 - \beta_2 f(I^*))I^* & -\frac{\beta_2 f'(I^*)(\mu + \gamma)I^*}{\beta_1 - \beta_2 f(I^*)} \end{bmatrix}.$$

$J(E^*)$  的特征多项式为  $\lambda^2 + b_1\lambda + b_2 = 0$ , 其中  $b_1 = \mu + (\beta_1 - \beta_2 f(I^*))I^* + \frac{\beta_2 f'(I^*)(\mu + \gamma)I^*}{\beta_1 - \beta_2 f(I^*)} > 0, b_2 = \frac{\mu[\beta_2 f'(I^*)(\mu + \gamma)I^* + (\beta_1 - \beta_2 f(I^*))^2 I^*]}{\beta_1 - \beta_2 f(I^*)} > 0$ .

由于  $b_1 > 0$  且  $b_2 > 0$ , 则  $J(E^*)$  的两个特征值的实部都非正, 由 Routh-Hurwitz 准则可知,  $E^*$  是局部渐近稳定的.

令  $N^* = S^* + I^*$ , 由(3)式可以得到

$$\Delta = \mu N^*, \mu + \gamma = (\beta_1 - \beta_2 f(I^*))(N^* - I^*). \tag{11}$$

接下来证明模型(2)的地方病平衡点  $E^*$  是全局渐近稳定的.

考虑一个 Lyapunov 函数  $V = \frac{1}{2}(S - S^* + I - I^*)^2 + k(I - I^* - I^* \lg \frac{I}{I^*})$ , 其中  $k$  是一个正常数. 对

$V$  求导

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= (S - S^* + I - I^*) \frac{dN}{dt} + k \frac{I - I^*}{I} \frac{dI}{dt} = (S - S^* + I - I^*)(\Delta - \mu N) + k \frac{I - I^*}{I} ((\beta_1 - \beta_2 f(I))I(N - I) - (\mu + \gamma)I) \\ &= (S - S^* + I - I^*)(\mu S^* - \mu S + \mu I^* - \mu I) + k(I - I^*) [(\beta_1 - \beta_2 f(I))(N - I) - (\beta_1 - \beta_2 f(I^*))(N^* - I^*)] \\ &= -\mu(S - S^*)^2 - 2\mu(S - S^*)(I - I^*) - \mu(I - I^*)^2 + k(I - I^*) [(\beta_1 - \beta_2 f(I))(N - I) - (\beta_1 - \beta_2 f(I^*))(N - I) \\ &\quad + (\beta_1 - \beta_2 f(I^*))(N - I) - (\beta_1 - \beta_2 f(I^*))(N^* - I^*)] = -\mu(S - S^*)^2 - 2\mu(S - S^*)(I - I^*) - \mu(I - I^*)^2 - k\beta_2(I - I^*)(N - I)(f(I) - f(I^*)) \\ &\quad + k(\beta_1 - \beta_2 f(I^*))(I - I^*)(N - N^*) - k(\beta_1 - \beta_2 f(I^*))(I - I^*)^2. \end{aligned}$$

由于  $f(I)$  是一个增函数, 且  $N > I$ , 那么

$$-k\beta_2(I - I^*)(N - I)(f(I) - f(I^*)) < 0, N - N^* = S - S^* + I - I^*.$$

则

$$\frac{dV}{dt} \leq -\mu(S - S^*)^2 - \mu(I - I^*)^2 + (k(\beta_1 - \beta_2 f(I^*)) - 2\mu)(S - S^*)(I - I^*).$$

选取  $k = \frac{2\mu}{\beta_1 - \beta_2 f(I^*)}$ , 则  $k(\beta_1 - \beta_2 f(I^*)) - 2\mu = 0$ , 因此

$$\frac{dV}{dt} \leq -\mu(S - S^*)^2 - \mu(I - I^*)^2 \leq 0.$$

利用 LaSalle 渐近稳定定理<sup>[11-12]</sup>, 可以得到模型(2)的地方病平衡点  $E^*$  是全局渐近稳定的.

当  $R_0 > 1$  时,模型(2)的 Jacobian 矩阵为

$$J = \begin{bmatrix} -\mu - (\beta_1 - \beta_2 f(I))I & \beta_2 f'(I)SI - (\beta_1 - \beta_2 f(I))S + \gamma \\ (\beta_1 - \beta_2 f(I))I & -\beta_2 f'(I)SI + (\beta_1 - \beta_2 f(I))S - (\mu + \gamma) \end{bmatrix},$$

将  $E_0$  点代入, 有

$$J(E_0) = \begin{bmatrix} -\mu & -\beta_1 \frac{\Lambda}{\mu} + \gamma \\ 0 & \beta_1 \frac{\Lambda}{\mu} - (\mu + \gamma) \end{bmatrix},$$

它的特征值分别为  $-\mu < 0$ ,  $\beta_1 \frac{\Lambda}{\mu} - (\mu + \gamma) = \frac{\beta_1 \Lambda - \mu(\mu + \gamma)}{\mu} = (\mu + \gamma) \left( \frac{\beta_1 \Lambda}{\mu(\mu + \gamma)} - 1 \right) = (\mu + \gamma)(R_0 - 1) > 0$  ( $R_0 > 1$ ). 因此, 当  $R_0 > 1$  时, 无病平衡点  $E_0$  是不稳定的.

#### 4 数值算例

通过以下例子对给出的结论进行验证. 选取一个满足条件(H1)的函数  $f(I)$ , 即

$$f(I) = \frac{I}{m + I},$$

模型(2)可表示为

$$\begin{cases} \frac{dS(t)}{dt} = \Lambda - \mu S - \left(\beta_1 - \frac{\beta_2 I}{m + I}\right)SI + \gamma I, \\ \frac{dI(t)}{dt} = \left(\beta_1 - \frac{\beta_2 I}{m + I}\right)SI - (\mu + \gamma)I, \end{cases} \quad (12)$$

则模型(12)有一个无病平衡点  $E_0 = \left(\frac{\Lambda}{\mu}, 0\right)$ , 和一个地方病

平衡点  $E^* = (S^*, I^*)$  ( $R_0 > 1$ ),

$$\begin{aligned} S^* &= \frac{(\mu + \gamma)(m + I^*)}{\beta_1(m + I^*) - \beta_2 I^*}, \\ I^* &= \frac{(m + I^*)(\Lambda\beta_1 - \mu(\mu + \gamma)) - \Lambda\beta_2 I^*}{\mu(\beta_1(m + I^*) - \beta_2 I^*)}. \end{aligned} \quad (13)$$

分别选取  $\Lambda = 0.2, \mu = 0.08, \beta_1 = 0.15, \beta_2 = 0.1, \gamma = 0.05$ ,  $m = 10$ , 使得  $R_0 = 2.8846 > 1$ , 计算得  $E_0 = (2.5000, 0)$ ,

$E^* = (S^*, I^*) = (0.9517, 1.5483)$ . 此时, 选取不同的初值,  $S$  和  $I$  最后都将趋于地方病平衡点  $E^*$  (图 1(a)), 这说明疾病是持久的; 再分别选取  $\Lambda = 0.2, \mu = 0.1, \beta_1 = 0.1, \beta_2 = 0.1, \gamma = 0.1, m = 10$ , 使得  $R_0 = 1$ , 计算得  $E_0 = (2.0000, 0)$ ,

此时,  $E^*$  是不存在的, 通过选取不同的初值,  $S$  最后都将趋于  $\frac{\Lambda}{\mu} = 2.0000$ , 而  $I$  逐渐趋于 0 (图 1(b)), 即疾病灭绝; 再分别选取  $\Lambda = 0.2, \mu = 0.15, \beta_1 = 0.1, \beta_2 = 0.1, \gamma = 0.1, m = 10$ , 使得  $R_0 = 0.5333 < 1$ , 计算得  $E_0 = (1.3333, 0)$ ,

此时,  $E^*$  也是不存在的, 且选取不同的初值,  $S$  最后都将趋于  $\frac{\Lambda}{\mu} = 1.3333$ , 而  $I$  逐渐趋于 0 (图 1(c)), 即疾病灭绝.

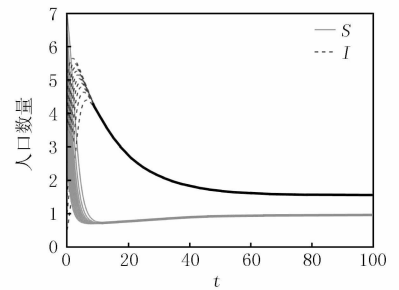
通过上述例子说明, 无病平衡点  $E_0 = \left(\frac{\Lambda}{\mu}, 0\right)$  是恒存在的, 当  $R_0 > 1$  时, 存在一个地方病平衡点  $E^*$  是全局渐近稳定的, 而当  $R_0 \leq 1$  时, 疾病灭绝.

通过上述例子说明, 无病平衡点  $E_0 = \left(\frac{\Lambda}{\mu}, 0\right)$  是恒存在的, 当  $R_0 > 1$  时, 存在一个地方病平衡点  $E^*$  是全局渐近稳定的, 而当  $R_0 \leq 1$  时, 疾病灭绝.

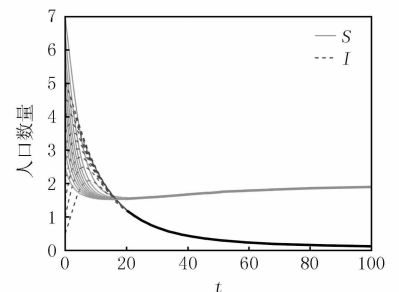
通过上述例子说明, 无病平衡点  $E_0 = \left(\frac{\Lambda}{\mu}, 0\right)$  是恒存在的, 当  $R_0 > 1$  时, 存在一个地方病平衡点  $E^*$  是全局渐近稳定的, 而当  $R_0 \leq 1$  时, 疾病灭绝.

#### 5 结论

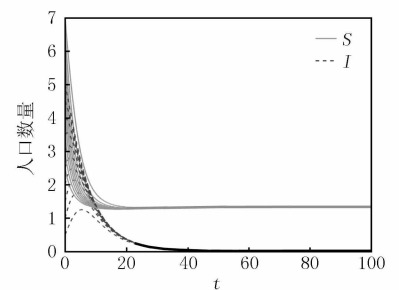
流行病的爆发给人们带来了巨大的损失和伤害, 所以在



(a)  $R_0 = 2.8846$



(b)  $R_0 = 1.0000$



(c)  $R_0 = 0.5333$

图1 对于3组不同的参数值, 模型(12)的解  $S(t)$  和  $I(t)$  的时间序列图

本文中,讨论了一类确定性 SIS 传染病模型的动力学行为:当基本再生数  $R_0 \leq 1$  时,疾病是灭绝的;当  $R_0 > 1$  时,疾病是持久的.然而在现实生活中,流行病不可避免地受到随机因素的影响,所以下一步将要讨论随机扰动对模型(2)的影响.

**致谢:**感谢审稿人提出宝贵的修改意见.

### 参 考 文 献

- [1] Brauer F, Castillo-Chávez C. Mathematical models in population biology and epidemiology [J]. *A M M*, 2012, 40(3): 267-291.
- [2] Zhou J M, Hethcote H W. Population size dependent incidence in models for diseases without immunity [J]. *Journal of Mathematical Biology*, 1994, 32(8): 809-834.
- [3] Wang W D, Ruan S G. Simulating the SARS outbreak in Beijing with limited data [J]. *Journal of Theoretical Biology*, 2004, 227(3): 369-379.
- [4] Webb G F, Blaser M J, Zhu H, et al. Critical role of nosocomial transmission in the Toronto SARS outbreak [J]. *Mathematical Biosciences and Engineering Mbe*, 2004, 1(1): 1-13.
- [5] Rahman M S, Rahman M L. Media and education play a tremendous role in mounting AIDS awareness among married couples in Bangladesh [J]. *AIDS Research and Therapy*, 2007, 4(1): 1-7.
- [6] Cui J A, Tao X, Zhu H P. An SIS Infection Model Incorporating Media Coverage [J]. *Rocky Mountain Journal of Mathematics*, 2008, 38: 1323-1334.
- [7] Liu Y P, Cui J A. The impact of media coverage on the dynamics of infectious disease [J]. *International Journal of Biomathematics*, 2012, 1(1): 65-74.
- [8] Liu R S, Wu J H, Zhu H P. Media/psychological impact on multiple outbreaks of emerging infectious diseases [J]. *Computational and Mathematical Methods in Medicine*, 2007, 8(3): 153-164.
- [9] 徐文雄, 张仲华, 成芳. 一类 SIS 流行病传播数学模型全局渐近稳定性 [J]. *四川师范大学学报(自然科学版)*, 2004, 27(6): 583-588.
- [10] Van d D P, Watmough J. Reproduction numbers and sub-threshold endemic equilibria for compartmental models of disease transmission [J]. *Mathematical Biosciences*, 2002, 180(1/2): 29-48.
- [11] Liao X, Wang L, Yu P. The Stability of Dynamical Systems [J]. *Monograph*, 1998, 1(1): 115.
- [12] Lyapunov A M. The General Problem of the Stability of Motion [J]. *International Journal of Control*, 1992, 31(3): 353-354.

## Dynamic Behavior of a SIS Epidemic Model with Media Coverage

Guo Wenjuan<sup>1</sup>, Zhang Qimin<sup>1,2</sup>

(1. School of Mathematics and Computer Science, Beifang University of Nationalities, Yinchuan 750021, China;

2. School of Mathematics and Statistics, Ningxia University, Yinchuan 750021, China)

**Abstract:** This paper aims to study the dynamic behavior of a SIS epidemic model with media coverage. The model exist two equilibria: a disease-free and a unique endemic equilibrium. We show  $R_0$  can govern the extinction and persistence of the disease. If  $R_0 \leq 1$ , the disease-free equilibrium is globally asymptotically stable which means the disease will die out. The other hand, if  $R_0 > 1$ , the endemic equilibrium is globally asymptotically stable which implies the persistence of the disease. Finally, a numerical example is given for verifying the theoretical result of this paper.

**Keywords:** epidemic model; media coverage; basic reproduction number; global asymptotic stable

[责任编辑 陈留院]