

# 重尾分布 $S$ 下延迟索赔风险过程的精细大偏差

肖鸿民,赵弘宇,王占魁

(西北师范大学 数学与统计学院,兰州 730070)

**摘要:**讨论了一类非经典风险模型(延迟索赔风险模型)的极限性质.假设主索赔额序列和延迟索赔额序列均是同分布的重尾随机变量序列.在索赔额属于  $S$  族的条件下,利用鞅论得到了损失过程的部分和与随机和的精细大偏差.

**关键词:**延迟索赔;  $S$  族; 停时; 精细大偏差

**中图分类号:** O211.4

**文献标志码:** A

关于重尾分布的精细大偏差的研究一直以来是保险与金融行业中的研究重点,它有利于保险公司做出更好的决策及降低在经营过程中的风险.早期关于精细大偏差的研究可见文献[1-2],许多研究只讨论了  $\{X_n, n \geq 1\}$  是独立同分布重尾随机变量的经典风险模型下的精细大偏差,如文献[3-4].在实际生活中索赔额之间往往不是独立同分布的,会呈现出各种相依关系见文献[5-6],且要求在更大的重尾分布族上,关于各种重尾分布族及其之间关系见文献[7],因此,引起精细大偏差研究的热潮.文献[8-9]在随机变量为负相协的条件下得到了部分和的大偏差结果,文献[10]首次将其推广到负相依上,并得到随机变量随机和的大偏差结果;文献[11]在复合更新风险模型下研究了不同分布随机变量的精细大偏差;文献[12]研究了索赔额和索赔时间间隔相依时的更新风险模型的精细大偏差,文献[13]在相同的模型下将文献[12]的结论扩展到了  $S$  族.

延迟索赔风险模型描述了在某种赔付发生一段时间后,由此引发延迟索赔的发生,包括主索赔和延迟索赔两部分.例如,车祸发生,地震等,都会涉及延迟索赔.当车祸发生时不仅仅要赔付车的损失,而且,如果还买了第三方保险,担保人可能在随机延迟一段时间后为第三方赔付.地震过后也会随机引发很多疾病的发生.针对这类更接近现实情况的模型引起了很多学者的研究,如文献[14-17]介绍了延迟索赔风险模型并给出了一些相应结果.

延迟索赔风险模型具体表达式为:

$$R_t = u + ct - \sum_{i=1}^{N_t} X_i - \sum_{i=1}^{N_t} Y_i I_{\{T_i + W_i \leq t\}}, t \geq 0, \quad (1)$$

其中  $u \geq 0$  表示保险公司的初始资本;  $c \geq 0$  为保费率;  $\{N_t, t \geq 0\}$  为索赔计数过程,  $N_t = \sup\{i: T_i \leq t\}$ ,  $t \geq 0$ ;  $\{X_i\}$  是第  $i$  次主索赔额;  $\{Y_i\}$  是第  $i$  次主索赔发生后等待  $W_i$  时间的延迟索赔额;  $T_i = \sum_{k=1}^i \theta_k$ , 其中  $T_i$  为第  $i$  个主索赔发生的时刻;  $\theta_i (i = 1, 2, \dots)$  为主索赔到达间隔时间;  $\{W_i, i = 1, 2, \dots\}$  是第  $i$  次延迟索赔间隔,独立同分布于  $W$ .

针对延迟索赔风险模型本文做了一些研究,文献[18]研究了延迟索赔风险模型的破产概率,随后文献[19]研究了  $D \cap L$  下延迟索赔风险模型的精细大偏差,本文使用新的证明方法对文献[19]进行了推广.在延迟索赔风险过程的精细大偏差研究中,不但将分布族推广到了一个更加重要的  $S$  族上,而且索赔额随机变量与索赔到达时间间隔随机变量之间有某一确定的相依结构,运用鞅论证明得到了损失过程的部分和及随

收稿日期:2018-10-24;修回日期:2019-04-04.

基金项目:国家自然科学基金(71261023)

作者简介(通信作者):肖鸿民(1967-),女,甘肃临洮人,西北师范大学教授,博士,研究方向为金融统计与保险数学,  
E-mail: xiaohm9@126.com.

机和的精细大偏差.

## 1 预备知识

若非负随机变量  $X$  不存在任何指数阶矩,即对于任意的  $t \geq 0$  都有  $Ee^{tX} = \infty$ ,则称它或相应的分布  $F$  为重尾分布.下面介绍几个重要的重尾分布族.

**定义 1** (1)称  $F \in L$ ,如果对任意  $y \geq 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\bar{F}(x+y)}{\bar{F}(x)} = 1$ .

(2)称  $F \in S$ ,如果对任意  $n \geq 2$ (或等价地说,  $n=2$ ),  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\bar{F}^{*n}(x)}{\bar{F}(x)} = n$ .这里  $F^{*n}$  是  $F$  的  $n$  重卷积.关于重尾分布族  $L$  与  $S$  有  $S \in L$ ,且当  $F \in S$  满足时有下式成立见文献[6],

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{P(X_1 + X_2 + \cdots + X_n > x)}{P(\max\{X_1, \cdots, X_n\} > x)} = 1. \quad (2)$$

(3)称  $F \in C$ ,分布  $F$  满足  $\lim_{y \rightarrow 1} \liminf_{x \rightarrow \infty} \frac{\bar{F}(xy)}{\bar{F}(x)} = 1$ ,或等价地  $\lim_{y \rightarrow 1} \limsup_{x \rightarrow \infty} \frac{\bar{F}(xy)}{\bar{F}(x)} = 1$ .

根据重尾分布族之间的关系,有  $C \subset L \cap D \subset S \subset L$ .

**引理 1**<sup>[20]</sup> 假设  $\{N_t, t \geq 0\}$  是强度为  $\lambda$  的齐次 Poisson 过程,给定  $N_t = n$ ,则  $n$  个到达时间  $T_1, T_2, \cdots, T_n$  与  $n$  个在  $(0, t)$  上服从均匀分布的独立同分布随机变量的次序统计量  $U_{(1)}, U_{(2)}, \cdots, U_{(n)}$  具有相同的分布.

**引理 2**<sup>[21]</sup> 对于计数过程  $N_t$ ,假设  $E[\theta] = \frac{1}{\lambda} < \infty$ .则对于任意  $p \geq 1$ ,有  $E[N_t]^p \sim (\lambda t)^p, t \rightarrow \infty$ .

**引理 3** 对于随机变量序列  $Y_i I_{\{T_i + W_i \leq t\}}$ ,设其共同分布函数为  $J(x)$ ,则有  $\bar{J}(x) = \beta(t)\bar{G}(x)$ .如果  $G \in S$ ,则  $J \in S$ .

**证明** 因为  $\bar{J}(x) = P(Y_i I_{\{T_i + W_i \leq t\}} > x) = P(I_{\{T_i + W_i \leq t\}} = 1)P(Y_i > x) = \beta(t)\bar{G}(x)$ ,故  $\bar{J}(x) = \beta(t)\bar{G}(x)$ .下证  $J \in S$ .

由  $G \in S$ ,有  $\frac{\bar{J}^{*n}(x)}{\bar{J}} = \frac{\beta(t) \bar{G}^{*n}(x)}{\beta(t)\bar{G}(x)} = n$ .证毕.

**引理 4**<sup>[7,22]</sup> 设  $\{X_i, i \geq 1\}$  和  $\{Y_i, i \geq 1\}$  是两个非负独立随机变量,各自的分布函数为  $F, G$ .若  $G \in S$  且  $\bar{G}(x) = o(\bar{F}(x))$ ,则  $\{X_i + Y_i\}$  的分布函数也属于  $S$ ,且有  $P(X_1 + Y_2 > x) \sim P(X_1 > x) + P(Y_2 > x)$ .

由引理 3、引理 4 可得非负随机变量序列  $\{H_i, i \geq 1\}$  的分布函数属于  $S$  族,且  $P(H_i > x) \sim \bar{F}(x) + \beta(t)\bar{G}(x)$ ,这里  $H_i = X_i + Y_i I_{\{T_i + W_i \leq t\}}$ .

## 2 主要结论及其证明

下面给出本文的假设条件:

(a)索赔过程  $\{N_t, t \geq 0\}$  是强度为  $\lambda$  的齐次 Poisson 过程,即  $\lambda t = E(N_t)$ .

(b)随机向量  $(X_i, \theta_i), i=1, 2, \cdots$ , 独立同分布于  $(X, \theta)$ ,  $X$  的边缘分布为  $F(x)$ ,且  $F \in S$ ,均值为  $\mu_1 < \infty$ .  $\theta$  的边缘分布为  $B(x)$ ,  $X$  与  $\theta$  之间具有某种确定的相依结构.

(c)延迟索赔额  $\{Y_i, i \geq 1\}$  是非负同分布于  $Y$ ,分布函数为  $G(x)$ ,且  $G \in S$ ,均值为  $\mu_2 < \infty$ .

(d)序列  $\{X_i, i \geq 1\}, \{Y_i, i \geq 1\}, \{W_i, i=1, 2, \cdots\}$  两两间相互独立.

**定理 1** 在延迟索赔风险模型(1)中.若假设(a)~(d)成立,且满足  $\bar{G}(x) = o(\bar{F}(x))$ ,则对任意给定的常数  $\gamma > 0$ ,当  $x \geq \gamma n$  时,一致地有  $P(S_n - n(\mu_1 + \beta(t)\mu_2) > x) \sim n(\bar{F}(x) + \beta(t)\bar{G}(x)), x \rightarrow \infty. S_n =$

$$\sum_{i=1}^n X_i + Y_i I_{\{T_i + W_i \leq t\}} = \sum_{i=1}^n H_i.$$

**证明** 由  $F \in S, G \in S$  及引理 3 和引理 4 可知,欲证定理 1,由(2)式只需证下式

$$P\{\max_{k \leq n}[H_k - (\mu_1 + \beta(t)\mu_2)] > x\} \sim n(\bar{F}(x) + \beta(t)\bar{G}(x)).$$

即证

$$\liminf_{n \rightarrow \infty} \inf_{x \geq \gamma n} P\{\max_{k \leq n}[H_k - (\mu_1 + \beta(t)\mu_2)] > x\} \leq n(\bar{F}(x) + \beta(t)\bar{G}(x)), \quad (3)$$

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \sup_{x \geq \gamma n} P\{\max_{k \leq n}[H_k - (\mu_1 + \beta(t)\mu_2)] > x\} \geq n(\bar{F}(x) + \beta(t)\bar{G}(x)). \quad (4)$$

(3)式的证明,定义  $\xi_k = I_{\{H_k - (\mu_1 + \beta(t)\mu_2) > x\}}, I_{\{\max_{k \leq n}[H_k - (\mu_1 + \beta(t)\mu_2)] > x\}} \leq \sum_{k=1}^n \xi_k$ . 对上式两边求数学期望得

$$P\{\max_{k \leq n}[H_k - (\mu_1 + \beta(t)\mu_2)] > x\} \leq nP[H_k - (\mu_1 + \beta(t)\mu_2) > x],$$

由  $P[H_k - (\mu_1 + \beta(t)\mu_2) > x] \sim P(H_k > x)$  ( $S \subset L$  和  $L$  族的定义) 可得

$$P\{\max_{k \leq n}[H_k - (\mu_1 + \beta(t)\mu_2) > x\} \leq n(\bar{F}(x) + \beta(t)\bar{G}(x)).$$

(3)式得证,下证(4)式.

即证  $P\{\max_{k \leq n}[H_k - (\mu_1 + \beta(t)\mu_2)] > x\} \geq n(\bar{F}(x) + \beta(t)\bar{G}(x))$ . 由

$$I_{\{\max_{k \leq n}[H_k - (\mu_1 + \beta(t)\mu_2)] > x\}} \geq \sum_{k=1}^n \xi_k - \sum_{1 \leq j < k \leq n} \xi_j \xi_k = I_1 - I_2 \quad (5)$$

成立.

记  $L_n \equiv \sum_{1 \leq j < k \leq n} \xi_j (\xi_k - E\xi_k), n = 1, 2, \dots$  是一个鞅,故  $EL_n = EL_1 = 0$ , 即  $E(\sum_{1 \leq j < k \leq n} \xi_j (\xi_k - E\xi_k)) = 0$ .

因此  $EI_2 = E(\sum_{1 \leq j < k \leq n} \xi_j \xi_k) = E\xi E(\sum_{1 \leq j < k \leq n} \xi_j) = E\xi E(\sum_{j=1}^{n-1} \xi_j (n-j))$ . 由  $E(\sum_{j=1}^{n-1} \xi_j (n-j)) = E[\xi_1(n-1) + \xi_2(n-2) + \dots + 2\xi_{n-2} + \xi_{n-1}] = \frac{n^2 - n}{2} E\xi$ , 从而

$$EI_2 = E(\sum_{1 \leq j < k \leq n} \xi_j \xi_k) = \frac{n^2 - n}{2} (E\xi)^2 \leq \frac{1}{2} n^2 (E\xi)^2 = \frac{1}{2} n^2 [(\bar{F}(x) + \beta(t)\bar{G}(x))]^2 = o[n(\bar{F}(x) + \beta(t)\bar{G}(x))].$$

对(5)式两边取期望得  $P\{\max_{k \leq n}[H_k - (\mu_1 + \beta(t)\mu_2)] > x\} \geq n(\bar{F}(x) + \beta(t)\bar{G}(x))$ , 即(4)式得证.从而得  $P\{\max_{k \leq n}[H_k - (\mu_1 + \beta(t)\mu_2)] > x\} \sim n(\bar{F}(x) + \beta(t)\bar{G}(x))$ , 定理 1 证毕.

**定理 2** 在延迟索赔风险模型(1)中,若假设(a)~(d)成立,且满足  $\bar{G}(x) = o(\bar{F}(x))$ , 则对任意给定的常数  $\gamma > 0$ , 当  $x \geq \gamma t$  时,一致地有  $P(S_t^* - \lambda t(\mu_1 + \beta(t)\mu_2) > x) \sim \lambda t(\bar{F}(x) + \beta(t)\bar{G}(x)), t, x \rightarrow \infty, S_t^* =$

$$\sum_{i=1}^{N_t^*} X_i + Y_i I_{(T_i + W_i \leq t)} = \sum_{i=1}^{N_t^*} H_i, N_t^* = \inf\{i: T_i \geq t\}, \text{这里 } N_t^* \text{ 是一个停时.}$$

**证明** 同理,欲证定理 2, 只需证  $P\{\max_{k \leq N_t^*}[H_k - (\mu_1 + \beta(t)\mu_2)] > x\} \sim \lambda t(\bar{F}(x) + \beta(t)\bar{G}(x))$ . 即证

$$\liminf_{t \rightarrow \infty} \inf_{x \geq \gamma t} P\{\max_{k \leq N_t^*}[H_k - (\mu_1 + \beta(t)\mu_2)] > x\} \leq \lambda t(\bar{F}(x) + \beta(t)\bar{G}(x)), \quad (6)$$

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \sup_{x \geq \gamma t} P\{\max_{k \leq N_t^*}[H_k - (\mu_1 + \beta(t)\mu_2)] > x\} \geq \lambda t(\bar{F}(x) + \beta(t)\bar{G}(x)). \quad (7)$$

(6)式的证明,同样定义  $\xi_k = I_{\{H_k - (\mu_1 + \beta(t)\mu_2) > x\}}, I_{\{\max_{k \leq N_t^*}[H_k - (\mu_1 + \beta(t)\mu_2)] > x\}} \leq \sum_{k=1}^{N_t^*} \xi_k$ .

由 Wald 方程,  $P\{\max_{k \leq N_t^*}[H_k - (\mu_1 + \beta(t)\mu_2)] > x\} \leq E(N_t^*)P[H_k - (\mu_1 + \beta(t)\mu_2) > x]$ .

由引理 2 和  $P[H_k - (\mu_1 + \beta(t)\mu_2) > x] \sim P(H_k > x)$  (由  $S \subset L$  和  $L$  族的定义) 同理可得下式

$$P\{\max_{k \leq N_t^*}[H_k - (\mu_1 + \beta(t)\mu_2)] > x\} \leq \lambda t(\bar{F}(x) + \beta(t)\bar{G}(x)),$$

从而(6)式得证.

下证(7)式,即证  $P\{\max_{k \leq N_t^*}[H_k - (\mu_1 + \beta(t)\mu_2)] > x\} \geq \lambda t(\bar{F}(x) + \beta(t)\bar{G}(x))$ . 同样由

$$I_{\{\max_{k \leq N_t^*}[H_k - (\mu_1 + \beta(t)\mu_2)] > x\}} \geq \sum_{k=1}^{N_t^*} \xi_k - \sum_{1 \leq j < k \leq N_t^*} \xi_j \xi_k = I_1 - I_2 \quad (8)$$

成立.

由  $L_n \equiv \sum_{1 \leq j < k \leq n} \xi_j (\xi_k - E\xi_k)$ ,  $n = 1, 2, \dots$  是一个鞅. 根据 Doob's 停时规则  $EL_{N_t^*} = EL_1 = 0$ , 即

$$E\left(\sum_{1 \leq j < k \leq N_t^*} \xi_j (\xi_k - E\xi_k)\right) = 0. \text{ 因此 } EI_2 = E\left(\sum_{1 \leq j < k \leq N_t^*} \xi_j \xi_k\right) = E\xi E\left(\sum_{1 \leq j < k \leq N_t^*} \xi_j\right) = E\xi E\left(\sum_{j=1}^{N_t^*-1} \xi_j (N_t^* - j)\right).$$

记  $M_n = \sum_{j=1}^n \xi_j$ . 则有  $\sum_{j=1}^{N_t^*-1} \xi_j (N_t^* - j) = \sum_{n=1}^{N_t^*-1} M_n$ , 因此

$$E\left(\sum_{j=1}^{N_t^*-1} \xi_j (N_t^* - j)\right) = E\left(\sum_{n=1}^{N_t^*-1} M_n\right) = \sum_{n=1}^{\infty} E(M_n I_{\{N_t^* \geq n+1\}}) = \sum_{n=1}^{\infty} E(M_n I_{\{T_{n+1} \leq t\}}). \quad (9)$$

对于每个  $n$ ,

$$\begin{aligned} E(M_n I_{\{T_{n+1} \leq t\}}) &= \sum_{j=1}^n E(\xi_j I_{\{T_{n+1} \leq t\}}) \leq \sum_{j=1}^n E(\xi_j I_{\{\sum_{k \neq j}^{n+1} \theta_k \leq t\}}) = \\ &= \sum_{j=1}^n E\xi P\left\{\sum_{k=1}^n \theta_k \leq t\right\} = nE\xi P\{N_t^* \geq n\}. \end{aligned} \quad (10)$$

通过(9)式和(10)式,  $\exists c > 0$  使得

$$E\left(\sum_{j=1}^{N_t^*-1} \xi_j (N_t^* - j)\right) \leq E\xi \sum_{n=1}^{\infty} nP\{N_t^* \geq n\} \leq cE\xi cE(N_t^*)^2,$$

结合引理 2, 有

$$EI_2 = E\left(\sum_{1 \leq j < k \leq N_t^*} \xi_j \xi_k\right) \leq c(E\xi)^2 E(N_t^*)^2 \leq c[\lambda t(\bar{F}(x) + \beta(t)\bar{G}(x))]^2 = o[(\bar{F}(x) + \beta(t)\bar{G}(x))].$$

类似于定理 1 的处理方法, 对(8)式取期望可得到需要证的结果

$$P(S_t^* - \lambda t(\mu_1 + \beta(t)\mu_2) > x) \sim \lambda t(\bar{F}(x) + \beta(t)\bar{G}(x)), t \rightarrow \infty,$$

定理 2 证毕.

### 3 结 语

本文在重尾分布族  $S$  下, 假设主索赔额序列和延迟索赔额序列均是同分布的重尾随机变量序列, 且索赔额随机变量与索赔到达时间间隔随机变量之间有某一确定的相依结构, 讨论了一类非经典风险模型(延迟索赔风险模型), 利用鞅论得到了与已有研究结果一致的部分和与随机和的精细大偏差表达式. 该模型可以应用于此类实际问题中: 如交通事故、地震等, 当交通事故发生时不仅仅要赔付车的损失, 而且, 如果还买了第三方保险, 担保人可能在随机延迟一段时间后为第三方赔付. 地震过后可能随机延迟一段时间也会引发很多疾病的发生, 并产生相应的赔付.

### 参 考 文 献

- [1] HEYDE C C. On large deviation problems for sums of random variables which are not attracted to the normal law[J]. Ann Math Statist, 1967, 38(5): 1575-1578.
- [2] NAGAEVS V. Large deviations of sums of independent random variables[J]. Ann probab, 1979, 7(5): 745-789.
- [3] TANG Q H, SU C, JIANG T, et al. Large deviations for heavy-tailed random sums in compound renewal model[J]. Statistics and Probability Letters, 2001, 52(1): 91-100.
- [4] NG K W, TANG Q H, YAN J A, et al. Precise large deviations for sums of random variables with consistently varying tails[J]. Appl Probab, 2004, 41(1): 93-107.
- [5] LIU L. Precise large deviations for dependent random variables with heavy tails[J]. Statistics and Probability Letters, 2009, 79(9): 1290-1298.
- [6] 肖鸿民, 何艳. 常数比例投资下基于进入过程风险模型的渐进破产概率[J]. 河南师范大学学报(自然科学版), 2015, 43(2): 14-19.  
XIAO H M, HE Y. Asymptotic ruin probabilities for proportional investment under interest force of a risk model based on entrance process with dominatedly-varying-tailed claims[J]. Journal of Henan Normal University(Natural Science Edition), 2015, 43(2): 14-19.
- [7] EMBRECHTS P, KIUPPELBERG C, MIKOSCH T. Modelling Extremal Events for Insurance and Finance[M]. Berlin: Springer-Verlag,

- 1997.
- [8] GELUK J, NG K W. Tail behavior of negatively associated heavy-tailed sums[J]. *Applprobab*, 2006, 43(2): 587-593.
- [9] WANG D C, TANG Q H. Maxima of sums and random sums for negatively associated random variables with heavy-tails[J]. *Statistics and Probability Letters*, 2004, 68(3): 287-295.
- [10] TANG Q H. Insensitivity to negative dependence of asymptotics behavior of precise large deviations[J]. *Electron J Probab*, 2006, 11(4): 107-120.
- [11] YUAN L L, SONG L X, FENG J H. Precise Large deviations of nonnegative, non-identical and negatively associated random variables[J]. *Applied Probability and Statistics*, 2016, 32(4): 393-407.
- [12] CHEN Y Q, YUAN K C. Precise large deviations of aggregate claims in a size-dependent renewal risk model[J]. *Insurance Mathematics and Economics*, 2012, 51(2): 457-461.
- [13] SHEN X M, XU M H, MILLS E F E A. Precise large deviation results for sums of sub-exponential claims in size-dependent renewal risk model[J]. *Statistics and Probability Letters*, 2016, 114: 6-13.
- [14] GAO F Q, YAN J. Sample path large and moderate deviations for risk model with delayed claims[J]. *Insurance Mathematics and Economics*, 2009, 45(1): 74-80.
- [15] MACCI C. Large deviations for risk models in which each main claim induces a delayed claim[J]. *Probability and Stochastic Processes*, 2006, 78(2): 77-89.
- [16] ZOU W, XIE J H. On the Gerber-Shiu discounted penalty function in a risk model with delayed claims[J]. *Korean Statistical Society*, 2012, 41(3): 387-397.
- [17] YANG Y, YUAN K C. Finite-time and infinite-time ruin probabilities in a two-dimensional delayed renewal risk model with Sarmanov dependent claims[J]. *Mathematical Analysis and Applications*, 2016, 442(2): 600-626.
- [18] 肖鸿民, 李红. 负相依赔付下延迟风险模型的破产概率[J]. *兰州大学学报(自然科学版)*, 2012, 48(3): 118-122.  
XIAO H M, LI H. Ruin probability for a delayed-claims risk model under ND claims[J]. *Journal of Lanzhou University*, 2012, 48(3): 118-122.
- [19] 肖鸿民, 王英, 崔艳君. 重尾分布  $D \cap L$  下延迟索赔风险模型的精细大偏差[J]. *西北师范大学学报(自然科学版)*, 2013, 49(2): 14-19.  
XIAO H M, WANG Y, CUI Y J. The precise large deviations for a delayed-claims risk model of heavy-tailed random variables in  $D \cap L$  [J]. *Journal of Northwest Normal University(Natural Science)*, 2013, 49(2): 14-19.
- [20] XIAO H M, TANG J S. Asymptotic ruin probability of an entrance processes based risk model with interest force and regularly varying claims[J]. *Chin Quart J of Math*, 2011, 26(2): 239-244.
- [21] 龚日朝. 保险风险理论模型[M]. 北京: 中国经济出版社, 2011.
- [22] GELUK J, TANG Q H. Asymptotic tail probability of sums of dependent subexponential random variables[J]. *Journal Theorey Probability*, 2009, 22(4): 871-882.

## The precise large deviations for a delayed-claims risk process of heavy-tailed variables in $S$

Xiao Hongmin, Zhao Hongyu, Wang Zhankui

(College of Mathematics and Statistics, Northwest Normal University, Lanzhou 730070, China)

**Abstract:** This paper discusses the limit properties of a class of non-classical risk models that is called as delayed-claim risk models. It is assumed that both the main claim amount sequence and the delayed-claim amount sequence are identically distributed heavy-tailed random variable sequences. Under the condition that the claim distribution belongs to  $S$  class, the precise large deviation between the partial sum and the random sum of the the prospective-loss process is obtained by using martingale theory.

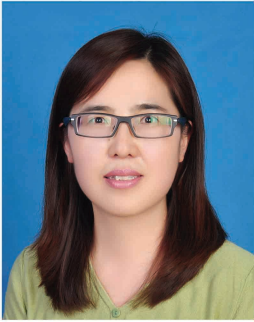
**Keywords:** delayed-claims;  $S$  class; stopping time; precise large deviations

[责任编辑 陈留院 赵晓华]





## 本期专家介绍



肖鸿民,西北师范大学数学与统计学学院统计学教授,博士,美国《数学评论》评论员,全国工业统计学教学研究会理事.2014.10—2015.10由国家留学委派出,访问美国佐治亚州立大学.主要研究方向为保险精算、金融统计及风险管理.在 *Insurance: Mathematics and Economics*, *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, *Computers and Mathematics with Applications*, *Communications in Statistics-Theory and Methods*, *应用数学学报*, *工程数学学报* 等 SCI 及国内学术刊物上公开发表论文 40 余篇,参编著作 3 部.主持完成国家自然科学基金项目“基于保单进入过程的风险系统的建构与应用研究”(71261023),参与完成国家自然科学基金项目 4 项(10471057,10871086,71061012,71471148).获得甘肃省教学成果奖、甘肃省高校科技进步一等奖、甘肃省高校社科成果二等奖、西北师大教学成果奖等,指导学生参加全国数学建模比赛并获得国家一等奖.

马春旺,河南师范大学特聘教授,博士生导师,现任河南师范大学物理学院副院长.主要从事重离子核反应物理研究.2002年毕业于河南师范大学物理学教育专业,2008年博士毕业于中国科学院研究生院(现中国科学院大学),先后入选河南省科技创新杰出青年、河南省教育厅高校科技创新人才计划、河南省教育厅学术技术带头人,兼任中国核物理学会理事、河南省核学会副理事长、河南省物理学会理事.在炮弹碎裂反应、丰中子核素结构和性质的实验和理论方面开展了系统研究,在 *Prog Part Nucl Phys*, *Phys Lett B*, *Phys Rev C* 等国际核物理顶级期刊发表论文 60 余篇,主持国家自然科学基金项目 4 项.



尹艳红,河南师范大学化学化工学院教授,博士,动力电源及关键材料国家地方联合工程实验室副主任,动力电源及关键材料河南省协同创新中心副主任,新能源材料与器件学科带头人,中国硅酸盐学会固态离子学分会理事,河南省科技创新杰出青年,河南省高校科技创新人才,河南省青年骨干教师.主要从事新型能源器件及关键材料等方面的研究.在 *J Power Sources*, *Electrochimica Acta* 等国内外学术期刊发表 SCI, EI 论文 30 余篇;获授权国家发明专利 7 项;获河南省科技进步二等奖 1 项;主持完成国家自然科学基金项目 2 项,河南省重点攻关、河南省基础与前沿技术研究等省级项目 5 项、横向项目 2 项.