第 43 卷　第 5 期
2015 年 9 月

河南师范大学学报(自然科学版)
Journal of Henan Normal University(Natural Science Edition)

Vol. 43　*No.* 5
Sept. 2015

文章编号:1000－2367(2015)05－0008－04　　**DOI**:10.16366/j.cnki.1000－2367.2015.05.002

有界平行批处理机的在线排序问题

刘其佳[1],冯　琪[2]

(1.河南农业大学 信息与管理科学学院,郑州 450003;2.中原工学院 理学院,郑州 450007)

摘　要:主要研究的是在线运输排序问题,即研究 m 台有界平行批处理机上考虑工件运输的在线排序问题.工件按时间在线到达,即一个工件只有在被释放之后才能知道它的一切信息.这些工件首先要在平行批处理机上分批加工,然后加工完成的工件再被一个运输车辆运送给某个顾客.当车辆的容量是充分大的时候,给出一个最好可能的在线算法,其竞争比为$(\sqrt{5}+1)/2$;当车辆的容量有限时,给出一个竞争比为$(\sqrt{5}+3)/2$ 的在线算法.

关键词: 排序;在线算法;运输时间;竞争比

中图分类号:O223　　**文献标志码**:A

一般而言,一个排序问题是在一定的条件约束下,对工件和机器如何按时间资源的约束进行最好的分配和安排加工,从而使得目标函数达到最优值.随着科技的发展和生产力的需求,排序理论,尤其是在线排序问题,已经被广泛应用到很多的领域当中,如机器制造业及服务行业.

在线分批排序问题是指机器是平行批处理机,工件是一批一批的在机器上加工.近年来,在线分批排序问题已经被广泛研究(参见文献[1－4]).其中,文献[5]研究了 m 台有界平行批处理机上的最小化最大时间表长的在线排序问题.当机器的容量有限制时,他们给出了最好可能的在线算法.同时,分批运输的在线排序问题也是排序理论中的一个重要分支.这类问题有着广泛的应用,如供应链的管理、物品的物流配送等等.文献[6]研究了单台平行批处理机上的在线运输排序问题且给出了一个竞争比为 2 的在线算法.之后在文献[7]中,他们又将文献[6]的结果改进,给出了最好可能的在线算法.文献[8]考虑了运输时间有限制的在线排序问题,并给出了最好可能的在线算法.而文献[9]则是考虑了 m 个无界平行批处理机上的在线排序问题.本文是在文献[5]的基础上考虑了工件的运输的在线排序问题.研究的是有一个运输车辆,它可以将完工的工件分批送给某个顾客.

1　问题的陈述

在本文中研究 m 台有界平行批处理机上考虑工件运输的在线排序问题.在问题中有 n 个工件 $J_1, J_2, \cdots, J_n$,一旦工件 J_i 到达之后,才知道它的加工时间 p_i 及到达时间 r_i.工件先在机器上分批进行加工,只要运输车辆是空闲的,完工的工件就可以用车辆将工件运送给某个顾客.记 T 是机器和顾客之间一个来回所花费的时间.由于事先不知道要送给哪个顾客,所以假定当第一个工件到达时立刻知道顾客的位置,进而确定了 T 的大小.每个工件 J_i 的运输完工时间用 D_i 表示,指车辆将工件运送给顾客并返回到机器的时刻.研究的这两个排序问题用三参数表示法可记为

$P_m \to D \mid \text{online},\ r_i,\ p\text{-batch},\ b<\infty,\ v=1,\ c=\infty \mid D_{\max}$,$P_m \to D \mid \text{online},\ r_i,\ p\text{-batch},\ b<\infty,\ v=1,\ c<\infty \mid D_{\max}$.

其中 $P_m \to D$ 是指工件先在 m 台平行批处理机上加工,然后再用车辆将完工的工件送给某个顾客.p-batch 是

收稿日期:2014-10-21;**修回日期**:2015-06-17.

基金项目:国家自然科学基金(11401604; 11401605);河南省基础与前沿技术研究计划资助(132300410392).

第 1 作者简介(通信作者):刘其佳(1987－),女,河南尉氏人,郑州大学博士研究生,研究方向为图论与组合最优化,E-mail: liuqijia39@163.com.

指机器是平行批处理机. $b<\infty$ 是指机器的容量有限，即每个加工批最多能加工 b 个工件. $v=1$ 是指运输车辆只有一个. $c=\infty$ 是指车辆的容量充分的大，即所有工件可以放在一个运输批里进行运输. $c<\infty$ 指车辆的容量有限，即在一个运输批里最多能运 c 个工件. $D_{\max}=\max\{D_i:1\le i\le n\}$ 表示工件的最大运输完工时间.

令 B'_i 是一个运输批，现在给出本文中用到一些记号：

$\alpha=\dfrac{(\sqrt{5}-1)}{2}$，且有 $(1+\alpha)\alpha=1$；

$U(t)$：时刻 t 已经到达还未加工的工件集合；

$A(t)$：时刻 t 已经在机器上完工并等待运输的工件集合；

$\rho(B'_i)$：B'_i 的准备时间，即集合 B'_i 里工件的最大完工时间；

$\delta(B'_i)$：车辆运送 B'_i 的开始时刻. 显然在任意一个可行排序中有 $\delta(B'_i)\ge\rho(B'_i)$.

2　容量充分大的情形

本节研究排序问题 $P_m\to D\mid \text{online},\ r_i,\ p\text{-batch},\ b<\infty,\ v=1,\ c=\infty\mid D_{\max}$. 首先给出该问题的下界.

引理 1　对于排序问题 $P_m\to D\mid \text{online},\ r_i,\ p\text{-batch},\ b<\infty,\ v=1,\ c=\infty\mid D_{\max}$，不存在竞争比小于 $1+\alpha$ 的在线算法.

证明　在文献[5]中给出了排序问题 $P_m\to D\mid \text{online},\ r_i,\ p\text{-batch},\ b<\infty\mid C_{\max}$ 的下界为 $1+\alpha$. 那么当 $T=0$ 时，问题 $P_m\to D\mid \text{online},\ r_i,\ p\text{-batch},\ b<\infty,\ v=1,\ c=\infty\mid D_{\max}$ 是可以归结到排序问题 $P_m\to D\mid \text{online},\ r_i,\ p\text{-batch},\ b<\infty\mid C_{\max}$ 的. 因此引理 1 得证.

由于是对文献[5]中的问题进行推广，因此在加工阶段仍然采用文献[5]中的算法 $A^b(\alpha)$.

算法 $A^b(\alpha)$.

步骤 0　令 $t=0$.

步骤 1　计算 $U(t)$. 如果 $|U(t)|<b$，执行步骤 3.

步骤 2　从集合 $U(t)$ 中选出 b 个工件构成一个满批并将这个批放在最早可排的机器上. 令 t 是机器中最早可排的时刻. 并返回步骤 1.

步骤 3　若 $|U(t)|=0$，执行步骤 5. 令 $r(t)$ 是集合 $U(t)$ 中最后到达的工件的到达时间. 如果 $t\ge(1+\alpha)r(t)+\alpha$，则在时刻 t 将这个批放在最早可排的机器上，并令 t 是机器中最早可排的时刻，并返回步骤 1.

步骤 4　等待下一个工件的达到直到时刻 $(1+\alpha)r(t)+\alpha$. 如果有工件在这段时间内到达，令 t 是新工件的到达时刻；否则，令 t 等于 $(1+\alpha)r(t)+\alpha$，并返回到步骤 1.

步骤 5　如果仍有一些工件将到达，令 t 是下一个工件的到达时间并返回到步骤 1；否则的话，在时刻 t 完成排序.

对于问题 $P_m\to D\mid \text{online},\ r_i,\ p\text{-batch},\ b<\infty\mid C_{\max}$，算法 $A^b(\alpha)$ 是一个最好可能的在线算法，其竞争比为 $1+\alpha$. 现在给出排序问题 $P_m\to D\mid \text{online},\ r_i,\ p\text{-batch},\ b<\infty,\ v=1,\ c=\infty\mid D_{\max}$ 的在线算法.

算法 $D^b(\infty)$

加工阶段：执行算法 $A^b(\alpha)$.

运输阶段：在时刻 t，车辆空闲且 $A(t)\ne\varnothing$ 时，把集合 $A(t)$ 中的工件看作一个运输批. 如果机器都是空闲的，$t\ge\alpha T$ 且 $U(t)=\varnothing$，在时刻 t 立刻运送运输批 $A(t)$. 否则，只需等待.

事实上，在运输阶段，t 时刻所有的机器都是空闲的说明在这个时刻没有工件在加工，而 $U(t)=\varnothing$ 则说明时刻 t 没有已经到达但是还没有被安排在机器上加工的工件. 也就是说只有在没有未加工或正在加工的已到达工件时，车辆才能去运送.

令 σ 和 π 分别是由在线算法 $D^b(\infty)$ 和离线最优算法得到的排序. 令 $D_{\max}(\sigma)$ 和 $D_{\max}(\pi)$ 分别是由排序 σ 和 π 得到的目标值. 令 $C_{\max}(\sigma)$ 和 $C_{\max}(\pi)$ 分别是排序 σ 和 π 得到的最大时间表长.

引理 2　$\dfrac{C_{\max}(\sigma)}{C_{\max}}(\pi)\le 1+\alpha$.

证明 令 $C^*_{\max}$ 是排序问题 $P_m \to D \mid \text{online}, r_i, p\text{-batch}, b<\infty \mid C_{\max}$ 中的离线最优目标值. 算法 $D^b(\infty)$ 的加工阶段和算法 $A^b(\alpha)$ 一样,因此有 $C_{\max}(\sigma) \le (1+\alpha)C^*_{\max}$. 因为 $C^*_{\max}$ 是离线最优目标值,有 $C^*_{\max} \le C_{\max}(\pi)$. 进而得到了 $\frac{C_{\max}(\sigma)}{C_{\max}(\pi)} \le 1+\alpha$. 因此引理 2 得证.

引理 3 $D_{\max}(\pi) \ge C_{\max}(\pi) + T \ge C^*_{\max} + T$.

定理 1 在线算法 $D^b(\infty)$ 的竞争比为 $1+\alpha$,即 $\frac{D_{\max}(\sigma)}{D_{\max}(\pi)} \le 1+\alpha$.

证明 令 $B'_1, B'_2, \cdots B'_k$ 是排序 σ 中按此顺序运输的运输批的集合. 假定 r_l 是工件的最后一个到达时间. 依照算法 $D^b(\infty)$ 的执行,对于 $1 \le i \le k$,有 $\delta(B'_i) \ge \alpha T$.

情形 1 $\delta(B'_k) = \alpha T$. 即 $B'_k = B'_1$. 那么有 $D_{\max}(\sigma) = \delta(B'_1) + T = \alpha T + T \le (1+\alpha)T \le (1+\alpha)D_{\max}(\pi)$,此种情形成立.

情形 2 $\delta(B'_k) > \alpha T$.

情形 2.1 当 $\delta(B'_k) = C_{\max}(\sigma)$ 时,有 $D_{\max}(\sigma) = C_{\max}(\sigma) + T \le (1+\alpha)C_{\max}(\sigma) + T \le (1+\alpha)D_{\max}(\pi)$,此情形得证.

情形 2.2 当 $\delta(B'_k) \ne C_{\max}(\sigma)$ 时,即运输批 B'_k 紧跟在前一个运输批 B'_{k-1} 之后. 那么有 $\delta(B'_k) = \delta(B'_{k-1}) + T$. 因此得到 $D_{\max}(\sigma) = \delta(B'_{k-1}) + 2T$. 由于车辆的容量是充分大的,按照算法 $D^b(\infty)$ 的执行,得到 $r_l > \delta(B'_{k-1})$. 注意到,对于所有 $i, 1 \le i \le k$,有 $\delta(B'_i) \ge \alpha T$. 那么得到 $D_{\max}(\pi) \ge C_{\max}(\pi) + T \ge r_l + T > \delta(B'_{k-1}) + T \ge \alpha T + T$,也就是有 $T \le \alpha D_{\max}(\pi)$. 最后得到 $D_{\max}(\sigma) = \delta(B'_{k-1}) + 2T < r_l + 2T \le (1+\alpha)D_{\max}(\pi)$. 从而定理 1 得证.

由引理 1 及定理 1 得到了以下这个定理.

定理 2 算法 $D^b(\infty)$ 是排序问题 $P_m \to D \mid \text{online}, r_i, p\text{-batch}, b<\infty, v=1, c=\infty \mid D_{\max}$ 的一个最好可能的在线算法且竞争比为 $1+\alpha$.

3 容量有界的情形

本节研究排序问题 $P_m \to D \mid \text{online}, r_i, p\text{-batch}, b<\infty, v=1, c<\infty \mid D_{\max}$. 同样先给出该问题的下界.

引理 4 对于排序问题 $P_m \to D \mid \text{online}, r_i, p\text{-batch}, b<\infty, v=1, c<\infty \mid D_{\max}$,不存在竞争比小于 $1+\alpha$ 的在线算法.

证明 与引理 1 的证明类似.

现在给出问题 $P_m \to D \mid \text{online}, r_i, p\text{-batch}, b<\infty, v=1, c<\infty \mid D_{\max}$ 的在线算法:

算法 $D^b(c)$

加工阶段:执行算法 $A^b(\alpha)$.

运输阶段:

步骤 0 当车辆空闲,$t \ge \alpha T$ 且 $A(t) \ne \emptyset$ 时,确定 $A(t)$ 里工件的数目为 $|A(t)|$.

步骤 1 如果 $|A(t)| \ge c$,选 $A(t)$ 里最早完工的 c 个工件看作一个运输批,并在时刻 t 运输.

步骤 2 如果 $0 < |A(t)| < c$ 那么

步骤 2.1 如果机器均是空闲的且 $U(t) = \emptyset$,即时刻 t 没有正在加工或者未加工的已到达工件,那么把 $A(t)$ 里的工件看作一个运输批,并在时刻 t 运输.

步骤 2.2 如果有机器是忙碌的或者 $U(t) = \emptyset$ 时,就等待到机器均是空闲的且 $U(t) = \emptyset$ 时或者等待到有新工件到达时.

步骤 3 返回到步骤 0.

令 μ 和 π 分别是由在线算法 $D^b(c)$ 和离线最优算法得到的排序. 令 $D_{\max}(\mu)$ 和 $D_{\max}(\pi)$ 分别是由排序 μ 和 π 得到的目标值. 令 $C_{\max}(\mu)$ 和 $C_{\max}(\pi)$ 分别是排序 μ 和 π 得到的最大时间表长. 本节中运输车辆的容量有限制,即每一个运输批最多运 c 个工件. 说一个运输批是满的是指运输批里恰好有 c 个工件. 否则说运输批是

不满的. 已知实例中有 n 个工件，令 $k^* = \lceil \frac{n}{c} \rceil$. 那么在任意一个可行排序中至少有 k^* 个运输批.

引理 5 $\frac{C_{\max}(\mu)}{C_{\max}}(\pi) \le 1+\alpha$.

引理 6 $D_{\max}(\pi) \ge \max\{C_{\max}(\pi)+T,\ k^* T\}$.

定理 3 在线算法 $D^b(c)$ 的竞争比为 $2+\alpha$，即 $\frac{D_{\max}(\mu)}{D_{\max}(\pi)} \le 2+\alpha$.

证明 令 $B'_1, B'_2, \cdots, B'_k$ 是排序 μ 中按此顺序运输的运输批的集合. 令 r_l 是工件的最后一个到达时. 依照算法 $D^b(c)$ 的执行，对于 $1 \le i \le k$，有 $\delta(B'_i) \ge \alpha T$. 如果 $\delta(B'_k) = \alpha T$，即 $B'_k = B'_1$. 那么有 $D_{\max}(\mu) = \delta(B'_1) + T = \alpha T + T \le (1+\alpha)T \le (1+\alpha)D_{\max}(\pi)$，从而得证. 接下来假定 $\delta(B'_k) > \alpha T$. 现在分两种情形.

情形 1 $\delta(B'_k) = C_{\max}(\mu)$. 有 $D_{\max}(\mu) = C_{\max}(\mu) + T \le (1+\alpha)C_{\max}(\pi) + T \le (1+\alpha)D_{\max}(\pi)$，此情形得证.

情形 2 $\delta(B'_k) \ne C_{\max}(\mu)$，即 B'_k 紧跟在 B'_{k-1} 之后运输. 令 B'_t 是最早的运输批使得 $B'_t, \cdots, B'_k$ 是连续运输的运输批. 因此分以下两种子情形.

情形 2.1 $B'_t, \cdots, B'_{k-1}$ 中有非满批. 令 B'_s 是 $B'_t, \cdots, B'_k$ 中最后一个非满批. 由算法 $D^b(c)$ 的运输阶段的步骤 2.1，知道时刻 $\delta(B'_s)$，机器上没有工件正在加工且没有已到达的未加工的工件. 因此知 $B'_{s+1}, \cdots, B'_k$ 中的工件均是在时刻 $\delta(B'_s)$ 之后到达的. 因此有 $D_{\max}(\pi) \ge \delta(B'_s) + (k-s)T \ge \alpha T + T$. 进而得到 $D_{\max}(\mu) = \delta(B'_s) + (k-s+1)T \le D_{\max}(\pi) + T \le (1+\alpha)D_{\max}(\pi)$，此情形得证.

情形 2.2 $B'_t, \cdots, B'_{k-1}$ 都是满批. 则有 $k^* \ge k-t+1$. 注意 B'_t 是最早的运输批使得 $B'_t, \cdots, B'_k$ 是连续运输的运输批，因此车辆在时刻 $\delta(B'_t)$ 之前有空闲时间. 从而有 $\delta(B'_t) = \rho(B'_t)$，进而 $\delta(B'_t) \le C_{\max}(\mu)$. 因此 $D_{\max}(\mu) \le \delta(B'_t) + (k-t+1)T \le C_{\max}(\mu) + k^* T \le (2+\alpha)D_{\max}(\pi)$，从而定理 3 得证.

现在给出一个例子说明文中的两个算法的正确性. 令 $m=2, b=2, T=2$. 工件 J_1, J_2, J_3, J_4 在 0 时刻到达且加工时间均为 1. 而工件 J_5 在 ϵ 时刻到达且加工时间为 2. 在容量充分大的情形中，算法 $D^b(\infty)$ 会在 0 时刻在两台机器上分别加工 J_1, J_2 和 J_3, J_4，且完工时间均为 1. 之后在 1 时刻加工 J_5.

依据算法的执行，在 J_5 完工的时刻 3 一起运送这些工件. 因而有 $D_{\max}(\sigma) = 4$. 而 $D_{\max}(\pi) = 3$，有 $\frac{D_{\max}(\mu)}{D_{\max}(\pi)} = \frac{4}{3} < 1+\alpha$. 在容量有界的情形中，不妨设 $c=2$. 对于这个例子，算法 $D^b(c)$ 的加工阶段和 $D^b(\infty)$ 一样，不同的是运输阶段分 3 批连续运输这些工件. 因而有 $D_{\max}(\sigma) = 4$，而 $D_{\max}(\pi) = 4$，有 $\frac{D_{\max}(\mu)}{D_{\max}(\pi)} = 1 < 2+\alpha$.

4 结　语

本文研究了 m 台有界平行批处理机上考虑工件运输的在线排序问题. 对于车辆容量充分大的情形，给出了最好可能的在线算法. 对于容量有限的情形，给出了一个竞争比为 $\frac{(\sqrt{5}+3)}{2}$ 的在线算法，而下界为 $\frac{(\sqrt{5}+1)}{2}$. 在今后的研究中，对容量有有界的情形做更深入的研究.

参 考 文 献

[1] Azizoglu M, Webster S. Scheduling a batch processing machine with incompatible[J]. Computers and Industrial Engineering, 2001, 39 (3/4): 325-335.

[2] Zhang G, Cai X, Wong C K. On-line algorithms for minimizing makespan on batch processing machines[J]. Naval Research Logistics, 2001, 48(3): 241-258.

(下转第 65 页)

Synthesis of Graphene-CdS Nanocomposites and the Application in Selective Determination of Cu^{2+}

DANG Zhiguo[1], QI Qiaoyan[2], XU Ruishu[2], DONG Hongyu[1], XU Fang[1]*, SUN Jianhui[2]

(a. School of Chemistry and Chemical Engineering;

b. School of Environmental Henan Normal University, Xinxiang 453007, China)

Abstract: Graphene-CdS nanocomposites were successfully prepared via one-step solvothermal method. TEM results proved that CdS were homogeneously dispersed on graphene sheets, which favorited the charge transport and separation. The controlled expriments proved that graphene-CdS nanocomposite/ITO electrode with 10 mg graphene oxide dosage exhibited the highest photocurrent. Therefore, a photoelectrochemical sensor was developed to detected Cu^{2+} using graphene-CdS/ITO electrode. The sensor exhibited good selectivity and linear relationship from 10 μmol/L to 80 μmol/L with detection limit of 9.5 nmol/L at a signal-to-noise (S/N) ratio of 3.

Keywords: Graphene-CdS; composite; photoelectrochemical sensor; Cu^{2+}

(上接第 11 页)

[3] Li W H, Zhang Z K, Yang S F. Online algorithms for scheduling unit length jobs on parallel-batch machines with lookahead[J]. Information Processing Letters, 2012, 112(7): 292-297.

[4] Fu R Y, Tian J, Yuan J J, et al. Online scheduling on an unbounded parallel-batch machine and a standard machine to minimize makespan[J]. Information Processing Letters, 2014, 114(4): 179-184.

[5] Zhang G, Cai X, Wong C K. Optimal online algorithms for scheduling on parallel-batch processing machines[J]. IIE Transactions, 2003, 35(2): 175-181.

[6] Tian J, Fu R Y, Yuan J J. On-line scheduling with delivery time on a single batch machine[J]. Theoretical Computer Science, 2007, 374(1/2/3): 49-57.

[7] Tian J, Cheng T C E, Yuan J J. An improved on-line algorithm for single parallel-batch machine scheduling with delivery times[J]. Discrete Applied Mathematics, 2011, 160(7/8): 1191-1210.

[8] Yuan J J, Li S S, Tian J, et al. A best possible on-line algorithm for the single machine parallel-batch scheduling with restricted delivery times[J]. Journal of Combinatorial Optimization, 2009, 17(2): 206-213.

[9] Fang Y, Lu X W, Liu P H. Online batch scheduling on parallel machines with delivery batches[J]. Theoretical Computer Science, 2011, 412(39): 5333-5339.

Online Scheduling on Bounded Parallel-batch Machines

LIU Qijia[1], FENG Qi[2]

(1. College of Information and Management Science, Henan Agricultural University, Zhengzhou 450003, China;

2. College of Science, Zhongyuan University of Technology, Zhengzhou 450007, China)

Abstract: In this paper, we consider the online scheduling problem on mbounded parallel-batch machine with job delivery. All jobs arrive over time. The jobs are first processed in batches on one of bounded parallel-batch machines and then the completed jobs are delivered in batches by a vehicle to some customer. When the capacity of the vehicle is infinite, we present a best possible online algorithm with the competitive ratio of $(\sqrt{5}+1)/2$. When the capacity of the vehicle is finite, we give an online algorithm with the competitive ratio of $(\sqrt{5}+3)/2$.

Keywords: Scheduling; online algorithm; job delivery; competitive ratio