

不变时滞线性系统的混沌反控制

刘娜, 周琼, 孙君曼

(郑州轻工业学院 电气信息工程学院, 郑州 450002)

摘要:针对一类具有不变时滞的线性系统,运用泰勒公式,得到系统最大李雅普诺夫(Lyapunov)指数的表达式,获得系统对初始条件敏感的判断依据.此外,构造合适的李雅普诺夫函数,基于泛函微分方程的有界性引理,得到关于系统的解有界的判断准则.结合系统敏感性和有界性的理论结果,获得不变时滞线性系统混沌化的充分条件.最后,数值仿真出最大 Lyapunov 指数随时滞参数变化的图形,并做出在相应时滞参数下的相图.仿真结果验证了理论结果的有效性.

关键词:混沌反控制;最大李指数;不变时滞;线性系统

中图分类号:O415.5;TP13

文献标志码:A

时滞现象存在于诸多的实际系统中,如网络系统、飞行器稳定化、核反应堆、化学工程等.学者们对于时滞系统稳定和镇定方面的研究已经取得了许多成果.当前关于时滞系统稳定性的研究主要分为两个方面:延时无关稳定性判据和延时相关稳定性判据.文献[1]通过 Lyapunov-Razumikhin 条件对延时独立稳定性判据进行了深入的研究.另一方面,对于时滞相关稳定性问题, Lyapunov-Krasovskii 条件由于结构上的优点成为重要的分析方法,比其他方法在获得稳定性判断准则方面体现延时信息更加容易^[2-3].文献[4]得到了一种基于时滞线性系统的将上述两种条件结合起来的充要条件,并进行了仿真验证.

另一方面,在一个很简单的一阶系统中加入时滞反馈能够产生非常复杂的动力学行为.从数学角度而言,具有时滞反馈的连续时间系统可以用时滞微分方程来描述,这类方程具有无穷维数的状态空间并存在能够产生多个正 Lyapunov 指数的高维超混沌吸引子的可能性.

迄今为止,实现混沌反控制的方法主要有如下4种:配置 Lyapunov 指数法、反馈控制法、跟踪现有混沌系统并与之同步的方法以及图论分析法,其中,反馈控制法是最常用的方法^[5-8].张振海等^[9]在离散混沌化方法的基础上,提出了一种时变反馈参数的离散混沌化方法.周加喜等^[10]针对未知参数系统,提出一种基于频谱优化和时延反馈控制的实时混沌化方法.此法基于系统稳态响应构造频谱性能指标,量化系统稳态行为(周期或混沌等).张敬等^[11]研究了多源激励下双层隔振浮筏系统的非线性时延反馈混沌化问题.在二维简化浮筏系统模型的基础上完整地呈现了非线性时延反馈控制的线谱混沌化方法.李春来等^[12]应用微分几何学控制理论,通过对无刷直流电机施加一个非线性的时滞电流控制,控制相应的参数使得电机进入混沌状态.可以看出,时滞的存在能成功实现非混沌系统的混沌化,并在工业和工程上得到了广泛的应用.但是,上述混沌分析方法要么从混沌的数学定义来证明系统是否进入混沌(证明过程偏难),要么仅从相图上来判断混沌现象的存在(不能给出严格的理论证明).基于此,本文从混沌物理学的定义出发来分析一类线性时滞系统的混沌动力学行为,即在系统有界的前提下,只要系统最大 Lyapunov 指数大于零,则系统进入混沌状态.

本文针对一类不变时滞的线性系统,进行了敏感性和有界性分析,得到一类不变时滞线性系统混沌化的充分条件,并举例仿真了系统最大 Lyapunov 指数随时滞参数变化的趋势图,以及系统在不同时滞参数时的

收稿日期:2016-06-22;修回日期:2016-09-14.

基金项目:国家自然科学基金(U1204603);河南省高校重点科研项目(15A120022);郑州轻工业学院博士科研基金(2014BSJJ047).

第1作者简介(通信作者):刘娜(1982-),女,湖南新化人,郑州轻工业学院讲师,博士,主要研究领域为混杂系统动力学、混沌控制、复杂网络的传播动力学分析研究, E-mail:2014034@zzuli.edu.cn.

状态相图.

1 模型介绍

本文针对一类具有不变时滞的线性系统,模型如下:

$$\dot{x} = Ax + Bx(t-\tau) + D. \quad (1)$$

其中, $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in \mathbf{R}^n, \tau \in \mathbf{R}^+$.

$A = (a_{ij})_{n \times n}, B = (b_{ij})_{n \times n}, D = (d_1, d_2, \dots, d_n)^T \in \mathbf{R}^n$. 矩阵 A, B, D 为常数矩阵.

定义连续函数 $\phi(\theta)$ 在 $C[-\tau, 0]$ 的 Banach 空间

$$\|\phi(\theta)\|_1 = \sup_{1 \leq i \leq n} \{|\phi_i(\theta)|\}, \|\phi(\theta)\| = \left[\sum_{i=1}^n \phi_i^2(\theta) \right]^{\frac{1}{2}}.$$

其中, $\phi(\theta) = (\phi_1(\theta), \phi_2(\theta), \dots, \phi_n(\theta)): [-\tau, 0] \rightarrow \mathbf{R}^n$.

假定系统(1)的所有解满足下列初始条件:

$$x_i(t_0 + \theta) = \phi_i(\theta), \theta \in [-\tau, 0], i = 1, 2, \dots, n. \quad (2)$$

由泛函微分方程的基本理论可知,系统(1)有满足初始条件(2)的唯一解:

$$x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)).$$

定义 1 如果对于任意常量 $\gamma > 0$, 存在常量 $\beta = \beta(\gamma) > 0$, 使得对于任意的 $t_0 \in \mathbf{R}_+, \phi \in C[-\tau, 0] (\|\phi\| < \gamma)$, 有 $|x_i(t, t_0, \phi)| \leq \beta$, 对于所有的 $t \geq t_0, i = 1, 2, \dots, n$, 皆成立, 则系统(1)一致有界.

定义 2 如果存在常量 $\beta > 0$, 对于任意常量 $\gamma > 0$, 存在 $T = T(\gamma) > 0$, 使得对于任意的 $t_0 \in \mathbf{R}_+, \phi \in C[-\tau, 0] (\|\phi\| < \gamma)$, 有 $|x_i(t, t_0, \phi)| \leq \beta$, 对于所有的 $t \geq t_0 + T, i = 1, 2, \dots, n$ 皆成立, 则系统(1)一致最终有界.

2 对初值的敏感性分析

对于 $x(t-\tau)$, 在领域 τ 附近泰勒展开可得

$$x(t-\tau) = x(t) + \sum_i \frac{1}{i!} (-\tau)^i \frac{d^i x}{dt^i} = x(t) - \tau \dot{x}(t) + o(x),$$

其中, $i \in N$, 则系统(1)可改写为

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B(x(t) - \tau \dot{x}(t) + o(x)) + D \approx Ax(t) + B(x(t) - \tau \dot{x}(t)) + D,$$

则

$$\dot{x}(t) = (I + B\tau)^{-1}(A + B)x(t) + (I + B\tau)^{-1}D. \quad (3)$$

经过上述变换, 可以通过分析系统(3)的雅可比矩阵来分析系统(1)或系统(3)对初值的敏感性.

由混沌动力学理论可知, 最大 Lyapunov 指数即为雅可比矩阵 J 的最大特征值的实部. 系统(3)的雅可比矩阵 J 是 $(I + B\tau)^{-1}(A + B)$.

令 $(I + B\tau)^{-1}(A + B)$ 的特征值为 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n$, 则最大 Lyapunov 指数为 λ_1 的实部, 因此得到以下定理:

定理 1 如果 $(I + B\tau)^{-1}(A + B)$ 的最大特征值 $\text{Re}[\lambda]_1 > 0$, 则系统(3)的最大 Lyapunov 指数为正, 即系统(1)对于初始条件敏感.

3 系统的有界性分析

首先, 介绍关于一般泛函微分方程的一些理论结果. 考虑下列方程:

$$\dot{x} = f(t, x), \quad (4)$$

其中, $f(t, \varphi): \mathbf{R}^+ \times C^n[-\tau, 0] \rightarrow \mathbf{R}^n$ 关于 (t, φ) 连续且对于 ϕ 满足局部 Lipschitz 条件.

令 $W_i(r): \mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}^+ (i = 1, 2, 3, 4)$ 为连续且递增的函数, $W_i(0) = 0$, 且当 $r \rightarrow \infty, W_i(r) \rightarrow \infty$. 令泛函 $V(t, \varphi): \mathbf{R}^+ \times C^n[-\tau, 0] \rightarrow \mathbf{R}$ 对于 (t, φ) 是连续的并 ϕ 符合局部 Lipschitz 条件. 得到以下引理:

引理 1 [Burton(1985)] 如果存在泛函 $V(t, \mathbf{x}_t)$ 和方程 $W_i(\|\mathbf{x}(t)\|)$ ($i = 1, 2, 3, 4$), 使得方程(4)的任何解满足

$$W_1(\|\mathbf{x}(t)\|) \leq V(t, \mathbf{x}_t) \leq W_2(\|\mathbf{x}(t)\|) + W_3\left(\int_{t-\tau}^t W_4\|\mathbf{x}(s)\| ds\right). \quad (5)$$

且对于某一常量 $M > 0$, 有

$$D^+ V(t, \mathbf{x}_t) \leq -W_4(\|\mathbf{x}(t)\|) + M. \quad (6)$$

则系统(5)的解是一致有界且一致最终有界的.

运用引理 1, 可以得到系统解的有界性的判断条件.

定理 2 如果存在正定矩阵 S , 常量 $a > 0$ 和对角矩阵 $\alpha = \text{diag}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) > 0$, 且当 $G = -A^T S - SA - SB\alpha^{-1} B^T S$ 时满足 $\lambda_{\min}(G) > a$, 则系统(1)的所有解是一致有界且一致最终有界的.

证明 令 $\mathbf{x}(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))^T$ 为系统(1)的任一解, 构造一个 Lyapunov 泛函 $V(t, \mathbf{x}_t)$ 如下:

$$V(t, \mathbf{x}_t) = \mathbf{x}^T S \mathbf{x} + \sum_{i=1}^n \int_{t-\tau}^t \alpha_i x_i^2(s) ds,$$

其中 S 为正定矩阵, $\alpha_i \in \mathbf{R}^+$.

选取 $a > 0$,

$$W_1(r) = \lambda_{\min}(S)r^2, W_2(r) = \lambda_{\max}(S)r^2, W_3(r) = 2a^{-1}\bar{\alpha}r, W_4(r) = \frac{1}{2}ar^2, \bar{\alpha} = \max(\alpha_i),$$

那么 $V(t, \mathbf{x}_t) \geq \lambda_{\min}(S)\mathbf{x}^T \mathbf{x} = W_1(\|\mathbf{x}(t)\|)$, 且

$$\begin{aligned} V(t, \mathbf{x}_t) &\leq \lambda_{\max}(S)\mathbf{x}^T \mathbf{x} + \bar{\alpha} \sum_{i=1}^n \int_{t-\tau}^t x_i^2(s) ds \leq \lambda_{\max}(S)\mathbf{x}^T \mathbf{x} + 2a^{-1}\bar{\alpha} \int_{t-\tau}^t \frac{1}{2} a \mathbf{x}^T(s) \mathbf{x}(s) ds = \\ &W_2(\|\mathbf{x}(t)\|) + W_3\left(\int_{t-\tau}^t W_4(\|\mathbf{x}(t)\|) ds\right). \end{aligned}$$

所以,

$$W_1(\|\mathbf{x}(t)\|) \leq V(t, \mathbf{x}_t) \leq W_2(\|\mathbf{x}(t)\|) + W_3\left(\int_{t-\tau}^t W_4\|\mathbf{x}(s)\| ds\right),$$

这表明 $V(t, \mathbf{x}_t)$ 符合引理 1 的不等式条件(5).

计算 $V(t, \mathbf{x}_t)$ 关于时间 t 的右上 Dini 导数

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \mathbf{x}^T S \dot{\mathbf{x}} + \dot{\mathbf{x}}^T S \mathbf{x} + \mathbf{x}^T \alpha \dot{\mathbf{x}} - \mathbf{x}^T(t-\tau) \alpha \dot{\mathbf{x}}(t-\tau) = [A\mathbf{x} + B\mathbf{x}(t-\tau) + D]^T S \mathbf{x} + \mathbf{x}^T S [A\mathbf{x} + \\ &B\mathbf{x}(t-\tau) + D] + \mathbf{x}^T \alpha \dot{\mathbf{x}} - \mathbf{x}^T(t-\tau) \alpha \dot{\mathbf{x}}(t-\tau) = \mathbf{x}^T(t-\tau) B^T S \mathbf{x} + \mathbf{x}^T A^T S \mathbf{x} + \mathbf{x}^T S A \mathbf{x} + \\ &\mathbf{x}^T S B \mathbf{x}(t-\tau) + \mathbf{x}^T \alpha \dot{\mathbf{x}} - \mathbf{x}^T(t-\tau) \alpha \dot{\mathbf{x}}(t-\tau) + D^T S \mathbf{x} + \mathbf{x}^T S D = \frac{1}{2} [2\mathbf{x}^T(t-\tau) \\ &B^T S \mathbf{x} - \mathbf{x}^T(t-\tau) \alpha \dot{\mathbf{x}}(t-\tau)] + \frac{1}{2} [2\mathbf{x}^T S B \mathbf{x}(t-\tau) - \\ &\mathbf{x}^T(t-\tau) \alpha \dot{\mathbf{x}}(t-\tau)] + \mathbf{x}^T A^T S \mathbf{x} + \mathbf{x}^T S A \mathbf{x} + D^T S \mathbf{x} + \mathbf{x}^T S D, \end{aligned} \quad (7)$$

其中, $\alpha = \text{diag}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$. 由于

$$2\mathbf{x}^T S B \mathbf{x}(t-\tau) - \mathbf{x}^T(t-\tau) \alpha \dot{\mathbf{x}}(t-\tau) \leq \mathbf{x}^T S B \alpha^{-1} B^T S \mathbf{x},$$

则不等式(7)可以化简为

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &\leq \mathbf{x}^T S B \alpha^{-1} B^T S \mathbf{x} + \mathbf{x}^T A^T S \mathbf{x} + \mathbf{x}^T S A \mathbf{x} + D^T S \mathbf{x} + \mathbf{x}^T S D = \\ &-\mathbf{x}^T [-A^T S - SA - SB\alpha^{-1} B^T S] \mathbf{x} + D^T S \mathbf{x} + \mathbf{x}^T S D \leq \\ &-\lambda_{\min}(G) \mathbf{x}^T \mathbf{x} + D^T S \mathbf{x} + \mathbf{x}^T S D. \end{aligned} \quad (8)$$

其中, $G = -A^T S - SA - SB\alpha^{-1} B^T S$.

如果 $\lambda_{\min}(G) > a > 0$, 则不等式(8)可以化为

$$\frac{dV}{dt} \leq -\lambda_{\min}(G) \mathbf{x}^T \mathbf{x} + D^T S \mathbf{x} + \mathbf{x}^T S D \leq -a \mathbf{x}^T \mathbf{x} + D^T S \mathbf{x} + \mathbf{x}^T S D \leq$$

$$-W_4(\|x(t)\|) + \|SD\|_1 \|x(t)\|_1 - \frac{1}{2}ax^T x. \tag{9}$$

存在一个常量 $p > 0$, 满足

$$\|x(t)\|_1 \leq p \|x(t)\|,$$

令 $M' = \|SD\|_1$, 那么

$$\begin{aligned} \|SD\|_1 \|x(t)\|_1 - \frac{1}{2}ax^T x &\leq M'p \|x(t)\| - \frac{1}{2}ax^T x = \\ Mp \|x(t)\| - \frac{1}{2}a \|x(t)\|^2 &= -\frac{1}{2}a \left(\|x(t)\| - \frac{M'p}{a} \right)^2 + \frac{M'^2 p^2}{2a}. \end{aligned} \tag{10}$$

由不等式(9)和(10)可得

$$\frac{dV}{dt} \leq -W_4(\|x(t)\|) + \frac{M'^2 P^2}{2a}, \tag{11}$$

当 $M = \frac{M'^2 p^2}{2a}$ 时, 满足不等式条件(6), 所以, 基于引理(1), 系统(1)的所有解在是一致有界且一致最终有界的.

由于混沌是有界空间内的无规则运动, 因此, 可以得到如下定理:

定理 3 若 $(I + B\tau)^{-1}(A + B)$ 的最大特征值 $\lambda_1 > 0$, 且存在正定矩阵 S , 常量 $a > 0$ 和对角矩阵 $\alpha = \text{diag}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) > 0$, 使得 $\lambda_{\min}(G) > a$ 成立, 其中 $G = -A^T S - SA - SB\alpha^{-1}B^T S$, 则不变时滞线性系统(1)是混沌的.

4 举例仿真

对于系统(1), 取 $x = [x_1, x_2, x_3] \in \mathbf{R}^3$.

$$A = \begin{bmatrix} 11.5 & 1 & 2 \\ -2.5 & -5.625 & -0.25 \\ 4 & 0.75 & -11.5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -1 & 0.5 & 1 \\ 1 & 3 & -2 \end{bmatrix}, D = [3, 5, 2]^T.$$

x 初值设定为 $[1, 1, 1]$. 系统最大 Lyapunov 指数随时滞参数 τ 变化的趋势图如图 1 所示. 从图 1 可以看出, 在 $\tau = 0.002$ 时, 最大 Lyapunov 指数为 $-0.0537 < 0$. 此时 τ 各状态相图如图 2 所示. 可以看出, 系统收敛.

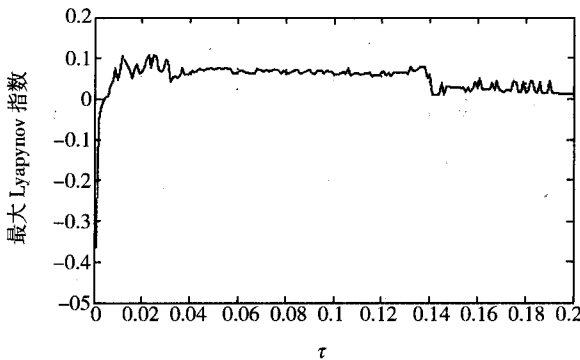


图1 最大Lyapunov指数随τ变化图

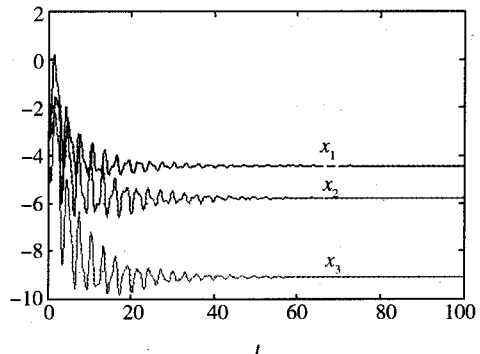


图2 τ=0.002时系统的各状态随时间演化图

在 $\tau = 0.008$ 时, 最大 Lyapunov 指数的值为 $0.0465 > 0$, 各状态相图如图 3 所示. 可以看出, 系统为混沌状态.

5 结 论

本文研究了一类具有不变时滞线性系统的混沌反控制. 在时滞参数比较小的前提下, 运用泰勒公式取得

了系统对初值敏感的判断依据. 另外, 构造一个合适的李雅普诺夫泛函, 基于系统有界性引理, 推导出系统有界性条件, 从而得到时滞系统进入混沌状态的充分条件. 需要指出的是, 本文仅举例分析了系统最大 Lyapunov 指数随时滞参数变化的演化图, 下一步可以讨论系统所有 Lyapunov 指数随时滞参数变化的趋势图, 并把整数阶系统扩展至分数阶系统, 分析分数阶时滞系统的复杂动力学行为, 刻画时滞参数对系统动力学行为的具体影响.

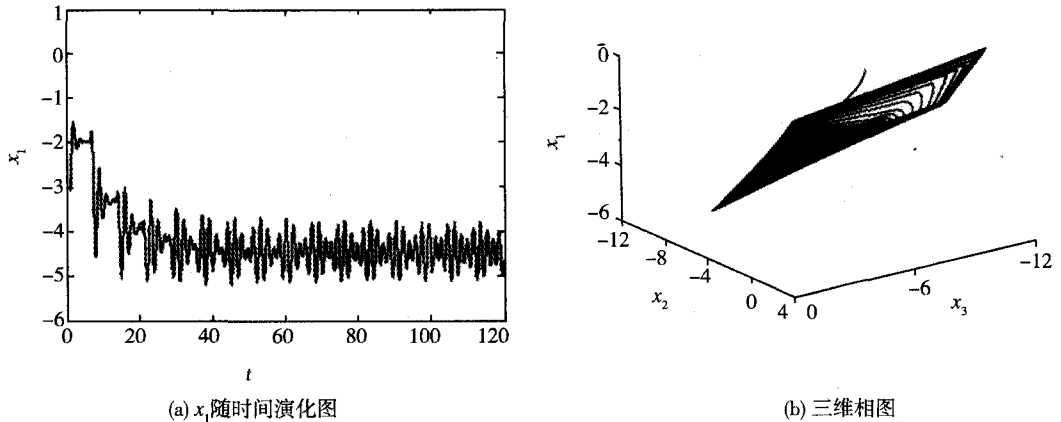


图3 $\tau=0.008$ 时系统的状态

参 考 文 献

- [1] JANKOVIC M. Control Lyapunov-Razumikhin functions and robust stabilization of time delay systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2001, 46(7): 1048-1060. DOI:10.1109/9.935057.
- [2] LEE Y S, MOON Y S, KWON W H, et al. Delay-dependent robust H_∞ control for uncertain systems with a state-delay [J]. Automatica, 2004, 40(1): 65-72. DOI:10.1016/j.automatica.2003.07.004.
- [3] 高 睿, 刘德友, 朱作键, 等. 时滞中立型 Lurie 系统的绝对稳定性分析 [J]. 郑州大学学报(工学版), 2013, 34(4): 45-49. DOI: 10.3969/j.issn.1671-6833.2013(4):11.
- [4] MEDVEDEVA I V, ZHABKO A P. Synthesis of Razumikhin and Lyapunov—Krasovskii approaches to stability analysis of time-delay systems [J]. Automatica, 2015, 51: 372-377.
- [5] GAO X J, XIE F L, HU H P. Enhancing the security of electro-optic delayed chaotic system with intermittent time-delay modulation and digital chaos [J]. Optics Communications, 2015, 352: 77-83. DOI:10.1016/j.optcom.2015.04.053.
- [6] PAI M C. Chaotic sliding mode controllers for uncertain time-delay chaotic systems with input nonlinearity [J]. Applied Mathematics and Computation, 2015, 271: 757-767. DOI:10.1016/j.amc.2015(9):58.
- [7] FANG Y L, SHI Z K. Chaos analysis and delayed-feedback control in a discrete dynamic coupled map traffic model [J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2015, 422: 40-46. DOI:10.1016/j.physa.2014.11.038.
- [8] YU Y, ZHANG Z D, BI Q S, et al. Bifurcation analysis on delay-induced bursting in a shape memory alloy oscillator with time delay feedback [J]. Applied Mathematical Modelling, 2016, 40(3): 1816-1824. DOI:10.1016/j.apm.2015.09.010.
- [9] 张振海, 朱石坚, 李海涛. 柔性基础混沌化线谱控制技术 [J]. 噪声与振动控制, 2014, 34(4): 67-70. DOI: 10.3969/j.issn.1006-1335.2014.04.015.
- [10] 周加喜, 徐道临, 张月英, 等. 一种针对未知参数系统的实时混沌化方法 [J]. 振动与冲击, 2013, 32(4): 71-74. DOI:10.3969/j.issn.1000-3835.2013.04.014.
- [11] 张敬, 徐道临, 李盈利, 等. 多源激励下双层隔振浮筏系统的线谱混沌化 [J]. 物理学报, 2014, 63(18): 120-130. DOI: 10.7498/aps.63.180505.
- [12] LI C L, LI W, LI F D. Chaos induced in Brushless DC Motor via current time-delayed feedback [J]. Optik-International Journal for Light and Electron Optics, 2014, 152(21): 6589-6593. DOI:10.1016/j.ijleo.2014.06.033.

Anti-control of Chaos for a Class of Linear Systems with Invariable Time-delay

LIU Na, ZHOU Qiong, SUN Junman

(College of Electric and Information, Zhengzhou University of Light Industry, Zhengzhou 450002, China)

Abstract: A class of linear systems with invariable time-delay is studied. By the use of Taylor's formula, an expression of the maximum Lyapunov exponent for the systems is obtained, and a judgement about the sensitivity to the initial conditions is derived. Additionally, based on the boundedness lemma for general functional differential equations, a suitable Lyapunov functional is constructed and then a criteria about the boundness of the systems is obtained. Combining the theoretical results above, a theorem about the chaotification for the time-delayed systems is derived. Finally, we cited some examples to demonstrate the effectiveness of the theoretical results by simulating the the maximum Lyapunov exponent which changes with time-delay parameters and corresponding phase diagrams.

Keywords: anti-control of chaos; the maximum Lyapunov exponent; invariable time-delayed linear system

(上接第56页)

- [7] 时 玮,姜久春,李索宇,等. 磷酸铁锂电池 SOC 估算方法研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2010, 24(8): 769-774. DOI:10.3724/SP. J. 1187. 2010. 00769.
- [8] PLETT G L. Sigma-point Kalman filtering for battery management systems of LiPB-based HEV battery packs: Part 2: Simultaneous state and parameter estimation[J]. Journal of Power Sources, 2006, 161(2): 1356-1368.
- [9] YANG F, XING Y, WANG D, et al. A comparative study of three model-based algorithms for estimating state-of-charge of lithium-ion batteries under a new combined dynamic loading profile [J]. Applied Energy, 2016, 164: 387-399. DOI: 10.1016/j. apenergy, 2015. 11. 072.

A New Bidirection Equalization Method for Lithium-ion Batteries in Electric Vehicles

GAO Jinhui, DU Hao

(College of Electronic and Electrical Engineering, Henan Normal University, Xinxiang, Henan, 453007, China)

Abstract: Cell inconsistency is inevitable due to manufacturing constraint, especially after repeated charging and discharging. Therefore, cell equalization is essentially required in electric vehicles. The bidirection equalization models are established based on the analysis of the inconsistency between the lithium-ion batteries. The PF (particle filter) method is employed to estimate the cell SOC (state of charge). The first high-SOC cell discharge and first low-SOC cell charge equalization algorithms are proposed. This method can reflect the state of battery power accurately when compared with the traditional balancing method based on the battery voltage. The first high-SOC cell discharge method is adopted in low energy system and is balanced to 2% SOC bounds. The first low-SOC cell charge method adopted in high consistency system and is balanced to 1% SOC bounds. The validation experiment results have shown that this method can improve the consistency of the battery effectively, and the proposed algorithm has a certain practical significance to improve the useful life and the mileage of the electric vehicle lithium-ion battery.

Keywords: Lithium-ion battery; cell inconsistency; bidirection equalization; SOC estimation; equalization method