

# $Y(nS) \rightarrow B_c \ell \bar{\nu}_\ell$ 半轻衰变

常钦, 王晓琳, 朱杰

(河南师范大学 物理与材料科学学院, 河南 新乡 453007)

**摘要:** 基于高亮度的重味物理实验产生大量  $Y$  介子. 在标准模型中详细地研究了以树图贡献为主的  $Y(nS) \rightarrow B_c \ell \bar{\nu}_\ell (n=1, 2, 3)$  半轻衰变, 给出了这些衰变过程的分支比, 比值  $R_{Y(nS)}$ , 轻子自旋不对称和前后不对称. 最终的数值结果表明, 所有的  $Y(nS) \rightarrow B_c \ell \bar{\nu}_\ell$  的半轻衰变均有较大的分支比, 且量级为  $10^{-10} \sim 10^{-9}$ . 因此, 这些过程均有望被 LHC 和 SuperKEKB/Belle-II 实验所观测到.

**关键词:**  $Y(nS)$  介子; 弱衰变; 螺旋度振幅

**中图分类号:** O57

**文献标志码:** A

$b \rightarrow c \ell \bar{\nu}_\ell$  过程在检验粒子物理标准模型和探寻新物理信号方面有很重要的作用, 如  $B \rightarrow (X_c, D, D^*) \ell \bar{\nu}_\ell$  半轻衰变, 其已广泛用于抽取标准模型中的 CKM 矩阵元  $V_{cb}$ , 与此同时, 部分物理可观测量的理论预言值和实验测量结果存在偏差, 这包括已被 BABAR<sup>[1-2]</sup>, Belle<sup>[3-5]</sup> 和 LHCb<sup>[6]</sup> 等实验组所证实的“ $R_{D^{(*)}}$  puzzles”. 除了  $B$  介子, 底夸克偶素也能通过  $b \rightarrow c \ell \bar{\nu}_\ell$  这一过程发生衰变, 这使得其在研究上述过程中与  $B$  介子有着同等重要的作用.

本文中的  $Y(nS)$  介子是位于  $B\bar{B}$  阈值之下的底夸克偶素自旋三重态, 其量子数为  $I^G J^{PC} = 0^- 1^-$ .  $Y(nS)$  介子衰变以强相互作用, 电磁相互作用和辐射衰变过程为主, 如  $Y(1S)$  衰变主要通过  $\bar{b}b$  夸克对湮灭生成三个胶子过程发生, 且有  $B(Y(1S) \rightarrow ggg) = (81.7\% \pm 0.7\%)$ . 这种现象可以通过唯象学的 OZI 规则<sup>[7-9]</sup> 来解释. 与上述过程相比,  $Y(nS)$  介子的弱衰变则较为稀有. 这也使得这些弱衰变很难在当前低积分亮度的实验上被观测到. 幸运的是, 升级中的 Belle-II 实验已经开始测试并成功地在正负电子储能环中循环和储存束流. 随着实验的进一步升级, 到 2018 年, 其年积分亮度将达到  $13 \text{ ab}^{-1}$ , 丰富的  $\bar{b}b$  衰变将在超级 B 工厂中被观测到. 此外, 由于  $pp$  对撞比  $e^+e^-$  对撞的产生截面大得多, 所以位于欧洲的 LHC 也将为  $Y(nS)$  介子稀有弱衰变提供有价值的实验信息, 超过  $10^{11}$  个的  $\bar{b}b$  样本将被 LHCb 实验收集<sup>[10]</sup>. 综上所述, 大量的实验样本预示着分支比  $\geq 10^{-11}$  的  $Y(nS)$  介子衰变将有望被观测到.

鉴于以上提到实验水平的高速发展, 对  $Y(nS)$  弱衰变的理论研究是很有必要的. 同时, 考虑到这些弱衰变过程的部分参数与  $B$  介子衰变中参数相同, 对这些过程的研究将对于进一步检验标准模型以及提高对重夸克偶素弱衰变物理机制的理解十分关键. 因此, 本文对以树图贡献为主的  $Y(nS) \rightarrow B_c \ell \bar{\nu}_\ell$  衰变展开研究.

## 1 理论框架

在标准模型中,  $b \rightarrow c \ell \bar{\nu}_\ell$  过程的低能有效哈密顿量的形式为:

$$H_{\text{eff}}(b \rightarrow c \ell \bar{\nu}_\ell) = 2^{-\frac{1}{2}} G_F V_{cb} [\bar{c} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) b] [\bar{\ell} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \nu_\ell], \quad (1)$$

其中,  $G_F$  是费米耦合常数;  $V_{cb}$  是 CKM 矩阵元. 通过式(1), 可以将  $Y(nS) \rightarrow B_c \ell \bar{\nu}_\ell$  的衰变振幅写成强子矩阵元和轻子流的乘积的形式. 其中强子矩阵元, 可以参数化为 4 个 QCD 形状因子  $V(q^2)$  和  $A_{0,1,2}(q^2)$ , 具体表

收稿日期: 2016-10-13; 修回日期: 2016-10-29.

基金项目: 国家自然科学基金(11475055)

作者简介(通信作者): 常钦(1981-), 男, 河南安阳人, 河南师范大学校特聘教授, 博士生导师, 主要从事高能粒子物理研究, E-mail: changqin@htu.edu.cn.

达形式为:

$$\langle B_c(p_{B_c}) | \bar{c} \gamma_\mu b | Y(\epsilon, p_Y) \rangle = -\frac{2iV(q^2)}{m_Y + m_{B_c}} \epsilon_{\mu\alpha\beta\gamma} \epsilon^\nu p_{B_c}^\alpha p_Y^\beta, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \langle B_c(p_{B_c}) | \bar{c} \gamma_\mu \gamma_5 b | Y(\epsilon, p_Y) \rangle &= 2m_Y A_0(q^2) \frac{\epsilon \cdot q}{q^2} q_\mu + (m_{B_c} + m_Y) A_1(q^2) \left( \epsilon_\mu - \frac{\epsilon \cdot q}{q^2} q_\mu \right) + \\ &A_2(q^2) \frac{\epsilon \cdot q}{m_{B_c} + m_Y} \left( (p_Y + p_{B_c})_\mu - \frac{m_Y^2 - m_{B_c}^2}{q^2} q_\mu \right). \end{aligned} \quad (3)$$

通过衰变振幅, 进而可以得到一些物理可观测量. 首先, 可以得到末态轻子不同状态的双重微分宽度:

$$\frac{d^2 \Gamma(\lambda_\ell = -1/2)}{dq^2 d \cos \theta} = \frac{G_F^2 |V_{cb}|^2 |\vec{p}|}{256\pi^3 m_Y^2} \frac{2}{3} q^2 \left(1 - \frac{m_\ell^2}{q^2}\right)^2 \left( (1 - \cos \theta)^2 H_{+}^2 + (1 + \cos \theta)^2 H_{-}^2 + 2 \sin^2 \theta H_{00}^2 \right), \quad (4)$$

$$\frac{d^2 \Gamma(\lambda_\ell = 1/2)}{dq^2 d \cos \theta} = \frac{G_F^2 |V_{cb}|^2 |\vec{p}|}{256\pi^3 m_Y^2} \frac{2}{3} q^2 \left(1 - \frac{m_\ell^2}{q^2}\right)^2 \frac{m_\ell^2}{q^2} \left( \sin^2 \theta (H_{+}^2 + H_{-}^2) + 2(H_{0\ell} - \cos \theta H_{00})^2 \right). \quad (5)$$

其中, (4) 式和 (5) 式中的螺旋度振幅的具体形式如下所示:

$$H_{0\ell}(q^2) = \frac{2m_Y |\vec{p}|}{\sqrt{q^2}} A_0(q^2), \quad (6)$$

$$H_{00}(q^2) = \frac{1}{2m_Y \sqrt{q^2}} \left( (m_Y + m_{B_c})(m_Y^2 - m_{B_c}^2 + q^2) A_1(q^2) + \frac{4m_Y^2 |\vec{p}|^2}{m_Y + m_{B_c}} A_2(q^2) \right), \quad (7)$$

$$H_{\pm}(q^2) = -(m_Y + m_{B_c}) A_1(q^2) \mp \frac{2m_Y |\vec{p}|}{m_Y + m_{B_c}} V(q^2), \quad (8)$$

其中,  $|\vec{p}| = \lambda^{1/2}(m_Y^2, m_{B_c}^2, q^2)/2m_Y$ , 且  $\lambda(a, b, c) = a^2 + b^2 + c^2 - 2(ab + bc + ca)$ .

通过 (4) 式和 (5) 式, 可以得到  $Y(nS) \rightarrow B_c \ell \bar{\nu}_\ell$  过程的微分宽度  $d\Gamma/dq^2$ , 纵向微分宽度  $d\Gamma^L/dq^2$ .

此外, 轻子自旋不对称和轻子前后不对称分别定义为:

$$A_\lambda(q^2) \equiv \frac{\frac{d\Gamma(\lambda_\ell = -1/2)}{dq^2} - \frac{d\Gamma(\lambda_\ell = 1/2)}{dq^2}}{\frac{d\Gamma(\lambda_\ell = -1/2)}{dq^2} + \frac{d\Gamma(\lambda_\ell = 1/2)}{dq^2}}, \quad (9)$$

$$A_\theta(q^2) \equiv \frac{\left( \int_{-1}^0 d \cos \theta \right) \frac{d^2 \Gamma}{dq^2 d \cos \theta} - \left( \int_0^1 d \cos \theta \right) \frac{d^2 \Gamma}{dq^2 d \cos \theta}}{d\Gamma/dq^2}. \quad (10)$$

## 2 数值结果和分析

首先, 给出本文计算中所采用的输入参数的数值结果. 对于 CKM 矩阵元  $V_{cb}$ , 采用来自 CKMfitter 组的结果  $|V_{cb}| = (41.8_{-0.88}^{+0.88}) \times 10^{-3}$  [11].  $Y(nS)$  介子衰变总宽度  $\Gamma_{\text{tot}}^{Y(1S, 2S, 3S)} = (54.02 \pm 1.25, 31.98 \pm 2.63, 20.32 \pm 1.85) \text{keV}$ . 此外, 为了表达方便, 本文将用  $\ell'$  代替  $e, \mu$ , 且取  $e$  和  $\mu$  的质量为 0.

除了以上这些输入参数, 形状因子也是必不可少的输入参数. 基于非相对论性量子色动力学的分析,  $Y(nS)$  和  $B_c$  介子中的  $b$  夸克和  $c$  夸克的运动速度均远远小于 1, 是非相对论性的, 因此  $Y(nS)$  和  $B_c$  介子的波函数采用非相对论性的薛定谔方程进行描述, 本文采用了文献 [16] 中的波函数形式, 在 BSW 模型下 [12-13], 对  $Y(1S, 2S, 3S) \rightarrow B_c$  这一过程形状因子进行计算, 其数值结果为:  $A_0(0) = 0.67, 0.65, 0.57$ ;  $A_1(0) = 0.70, 0.69, 0.64$ ;  $A_2(0) = 0.51, 0.48, 0.29$ ;  $V(0) = 0.66, 1.44, 1.25$ . 在  $m_\ell^2 < q^2 < (m_{Y(nS)})^2$  的区域, 最近的极点起主导作用, 形状因子  $A_{0,1,2}(q^2)$  和  $V(q^2)$  具体表达式如下 [12-13]:

$$\begin{aligned} A_0^{Y(nS) \rightarrow B_c}(q^2) &\cong A_0(0) \left(1 - \frac{q^2}{m_{B_c(0^-)}^2}\right)^{-1}, A_1^{Y(nS) \rightarrow B_c}(q^2) \cong A_1(0) \left(1 - \frac{q^2}{m_{B_c(1^+)}^2}\right)^{-1}, \\ A_2^{Y(nS) \rightarrow B_c}(q^2) &\cong A_2(0) \left(1 - \frac{q^2}{m_{B_c(1^+)}^2}\right)^{-1}, V^{Y(nS) \rightarrow B_c}(q^2) \cong V_0(0) \left(1 - \frac{q^2}{m_{B_c(1^+)}^2}\right)^{-1}. \end{aligned}$$

利用上述输入参数和理论公式, 本文计算得到  $Y(nS) \rightarrow B_c \ell \bar{\nu}_\ell$  半轻衰变的分支比和微分宽度 (纵向微分宽

度)的数值结果,如表 1 和图 1 所示.

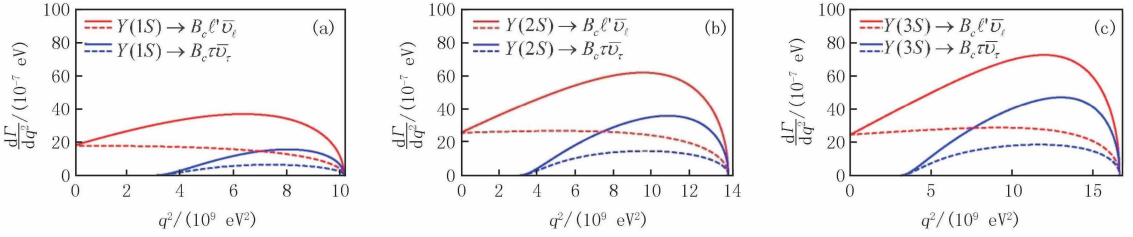


图1  $Y(nS) \rightarrow B_c \ell \bar{\nu}_\ell$  衰变的微分宽度  $d\Gamma/dq^2$  (实线部分)和微分纵向宽度  $d\Gamma_L/dq^2$  (虚线部分)

表 1  $Y(nS) \rightarrow B_c \ell \bar{\nu}_\ell$  衰变的分支比

衰变过程	本文结果	文献[14]结果	文献[15]结果
$Y(1S) \rightarrow B_c \ell \bar{\nu}_\ell$	$5.58^{+3.32+0.14+0.08}_{-1.54-0.02-0.18} \times 10^{-10}$	$1.70^{+0.03}_{-0.02} \times 10^{-10}$	$1.37^{+0.22}_{-0.19} \times 10^{-10}$
$Y(1S) \rightarrow B_c \tau \bar{\nu}_\tau$	$1.30^{+0.77+0.03+0.02}_{-0.35-0.03-0.04} \times 10^{-10}$	$0.29^{+0.05}_{-0.02} \times 10^{-10}$	$4.17^{+0.58}_{-0.52} \times 10^{-11}$
$Y(2S) \rightarrow B_c \ell \bar{\nu}_\ell$	$2.14^{+1.26+0.20+0.04}_{-0.58-0.16-0.06} \times 10^{-9}$	—	—
$Y(2S) \rightarrow B_c \tau \bar{\nu}_\tau$	$8.08^{+4.78+0.72+0.12}_{-2.22-0.62-0.26} \times 10^{-10}$	—	—
$Y(3S) \rightarrow B_c \ell \bar{\nu}_\ell$	$4.48^{+2.66+0.44+0.08}_{-1.22-0.38-0.14} \times 10^{-9}$	—	—
$Y(3S) \rightarrow B_c \tau \bar{\nu}_\tau$	$2.06^{+1.22+0.20+0.04}_{-0.56-0.18-0.06} \times 10^{-9}$	—	—

表 1 中的 3 个理论误差分别是由形状因子,  $Y$  的总衰变宽度  $\Gamma_{\text{tot}}(Y(nS))$  和 CKM 矩阵元  $V_{cb}$  的不确定度引起的. 在表 2 和图 2 中分别为可观测量和微分可观测量的结果, 表 2 中的误差仅来自于形状因子. 以下是关于  $Y(nS) \rightarrow B_c \ell \bar{\nu}_\ell$  衰变的理论结果的分析:

1) 从表 1 和图 1 中可以看出  $Y(nS) \rightarrow B_c \ell \bar{\nu}_\ell$  衰变的分支比存在明显的关系:  $B(Y(1S) \rightarrow B_c \ell \bar{\nu}_\ell) < B(Y(2S) \rightarrow B_c \ell \bar{\nu}_\ell) < B(Y(3S) \rightarrow B_c \ell \bar{\nu}_\ell)$ . 其原因如下: 1) 初态  $Y(nS)$  介子总的衰变宽度存在  $\Gamma_{\text{tot}}^{Y(1S)} > \Gamma_{\text{tot}}^{Y(2S)} > \Gamma_{\text{tot}}^{Y(3S)}$  的关系, 2) 初态介子质量有  $m_{Y(1S)} < m_{Y(2S)} < m_{Y(3S)}$ . 因而, 这使得末态相空间随初态介子量子数增大而减小.

2) 需要指出的是, 本文计算的为  $Y(nS) \rightarrow B_c \ell \bar{\nu}_\ell + h.c.$ , 文献[14–15]计算的是  $Y(nS) \rightarrow B_c^+ \ell^- \bar{\nu}_\ell$ . 这使得本文给出的分支比的数值结果多了一个额外的因子 2. 同时考虑该因子项, 本文的结果与文献[14–15]中的结果, 在误差范围内基本一致, 具体数值如表 1 所示. 总的来说, 这些衰变过程的分支比相对较大, 均在 Belle-II 和 LHCb 的探测能力范围内, 将有望在高亮度物理实验上被观测到.

3) “ $R_{D^{(*)}}$  puzzles” 为在  $B \rightarrow (D, D^*) \ell \bar{\nu}_\ell$  的衰变中存在新物理贡献提供了可能, 如果这是真的, 相应的,  $Y(nS) \rightarrow B_c \ell \bar{\nu}_\ell$  衰变中也应该存在类似的新物理贡献. 也就是说,  $R_{Y(nS)}$  将来的实验结果应与表 2 中的结果有明显偏差. 否则, 这在理论上解释“ $R_{D^{(*)}}$  puzzles” 将面临严峻的挑战. 除此之外, 可观测量  $A_\lambda^{Y(nS)}$  和  $A_\theta^{Y(nS)}$  对新物理贡献也很敏感, 相关的理论结果分别在表 2 和图 2 中给出.

表 2  $Y(1S) \rightarrow B_c \ell \bar{\nu}_\ell$  衰变的可观测量  $R_{Y(nS)}$  和  $A_{\lambda, \theta}^{Y(nS)}$

可观测量	理论结果	可观测量	理论结果	可观测量	理论结果
$R_{Y(1S)}$	$0.24^{+0.02}_{-0.01}$	$R_{Y(2S)}$	$0.38^{+0.03}_{-0.01}$	$R_{Y(3S)}$	$0.46^{+0.03}_{-0.01}$
$A_\theta^{Y(1S)}$	$-0.044^{+0.040}_{-0.050}$	$A_\theta^{Y(2S)}$	$-0.066^{+0.041}_{-0.052}$	$A_\theta^{Y(3S)}$	$-0.086^{+0.043}_{-0.054}$
$A_\lambda^{Y(1S)}$	$0.54^{+0.04}_{-0.07}$	$A_\lambda^{Y(2S)}$	$0.60^{+0.05}_{-0.07}$	$A_\lambda^{Y(3S)}$	$0.65^{+0.04}_{-0.07}$

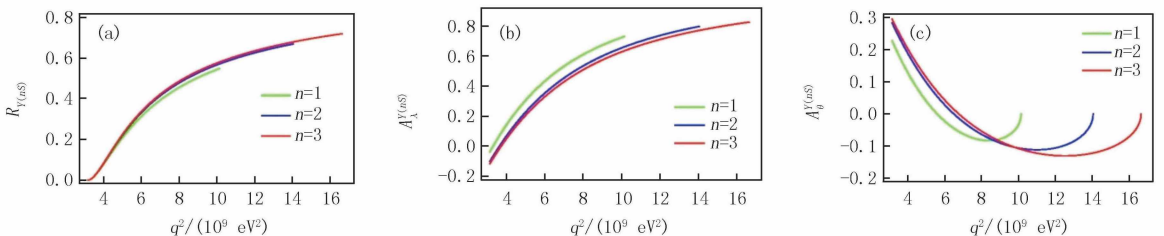


图2  $Y(nS) \rightarrow B_c \ell \bar{\nu}_\ell$  衰变的微分可观测量  $R_{Y(nS)}$  和  $A_{\lambda, \theta}^{Y(nS)}$

### 3 总 结

随着未来高亮度物理实验的运行,超过  $10^{11}$  个  $\bar{b}$  样本将被收集. 本文研究了以树图贡献为主的  $Y(nS) \rightarrow B_c \ell \bar{\nu}_\ell$  半轻衰变,在 BSW 模型下对形状因子进行了计算,预言了这些过程的分支比. 可以发现  $Y(nS) \rightarrow B_c \ell \bar{\nu}_\ell$  半轻衰变的分支比达到了  $10^{-10} \sim 10^{-9}$  量级. 这些衰变均有望被 LHC 和未来的超级 B 工厂所观测到.

### 参 考 文 献

- [1] LEES J P, POIREAU V, TISSERAND V, et al. Evidence for an excess  $B \rightarrow D^{(*)} \tau^- \nu_\tau$  of decays [J]. Physical Review Letter, 2012, 109(10):101802.
- [2] LEES J P, POIREAU V, TISSERAND V, et al. Measurement of an Excess of  $B \rightarrow D^{(*)} \tau^- \nu_\tau$  Decays and Implications for Charged Higgs [J]. Physical Review D, 2013, 88(7):07012.
- [3] IUUSCIILE M J, KUIIR T, Heck M, et al. Measurement of the branching ratio of  $B \rightarrow D^{(*)} \tau^- \nu_\tau$  relative to  $B \rightarrow D^{(*)} \ell^- \nu_\ell$  decays with hadronic tagging at Belle[J]. Physical Review D, 2015, 92(7):07014.
- [4] COLLABORATION B. Measurement of the branching ratio of  $B \rightarrow D^{(*)} \tau^- \nu_\tau$  relative to  $B \rightarrow D^{(*)} \ell^- \nu_\ell$  decays with a semileptonic tagging method[DB/OL]. [2016-09-23]. <https://arxiv.org/pdf/1603.06711v1.pdf>.
- [5] ABDESSELAM A, ADACIII I, ADAMCZYK K, et al. Measurement of the  $\tau$  lepton polarization in the decay  $B \rightarrow D^{(*)} \tau^- \nu_\tau$  [DB/OL]. [2016-09-23]. <https://arxiv.org/pdf/1608.06391sv1.pdf>.
- [6] AAI R, ADEVA B, ADINOLFI M, et al. Measurement of the ratio of branching fractions  $B(B \rightarrow D^{(*)} \tau^- \nu_\tau)/B(B \rightarrow D^{(*)} \mu^- \nu_\mu)$  [J]. Physical Review Letter, 2015, 115(11):111803.
- [7] Okubo S.  $\Phi$ -meson and unitary symmetry model[J]. Physics Letters, 1963, 5:165.
- [8] ZWEIG G. An SU(3) model for strong interaction symmetry and its breaking. Version 2[J]. Circulation, 1964, 119(24):3101.
- [9] IIZUKA J. Systematics and phenomenology of meson family[J]. Progress of Theoretical Physics Supplement, 1966, 37:21-34.
- [10] GERSHION T, NEEDHAM M. Heavy flavour physics at the LHC[J]. Comptes Rendus Physique, 2015, 16:435-447.
- [11] CHARLES J, HÖCKER A, LACKER H, et al. CP violation and the CKM matrix: Assessing the impact of the asymmetric BB factories [J]. The European Physical Journal C, 2005, 41(1):1-131.
- [12] KUNSTATTER G, VINCENT D. Confining the scalar field of the Kaluza-klein monopole [J]. Canadian Journal of Physics, 1986, 64: 637-640.
- [13] BAUER M, WIRBEL M. Formfactor effects in exclusive D and B decays[J]. Zeitschrift für Physik C Particles and Fields, 1989, 42:671-678.
- [14] DIIIIR R, VERMA R C, SHARMA A. Effects of Flavor Dependence on Weak Decays of  $J/\psi$  and  $\Upsilon$ [J]. Advances in High Energy Physics, 2013, 2013:1-12.
- [15] WANG Tianhong, JIANG Yue, YUAN Han, et al. Weak decays of  $J/\psi$  and  $\Upsilon(1S)$  [DB/OL]. [2016-09-23]. <https://arxiv.org/pdf/1604.03298.pdf>.
- [16] SUN Junfeng, YANG Yueling, HUANG Jinshu, et al.  $Y(nS) \rightarrow B_{c\rho}, B_c K^*$  decays with perturbative QCD approach[J]. Nucl Phys B, 2016, 911:890-901.

## Semileptonic $Y(nS) \rightarrow B_c \ell \bar{\nu}_\ell$ Decays

Chang Qin, Wang Xiaolin, Zhu Jie

(College of Physics and Materials Science, Henan Normal University, Xinxiang 453007, China)

**Abstract:** Motivated by the abundant data samples  $Y$  at high-luminosity heavy-flavor experiments in the future, the tree-dominated and CKM-favored  $Y(nS) \rightarrow B_c \ell \bar{\nu}_\ell$  ( $n = 1, 2, 3$ ) decays are studied within the Standard Model in this paper. The theoretical predictions for the observables including the branching fraction, the ratio  $R_{Y(nS)}$ , the lepton spin asymmetry and the forward-backward asymmetry are presented. Numerically, the  $Y(nS) \rightarrow B_c \ell \bar{\nu}_\ell$  decays have relative large branching fractions of the order  $O(10^{-10} - 10^{-9})$ , and are hopeful to be observed by the running LHC and upgrading SuperKEKB/Belle-II experiments in the future.

**Keywords:**  $Y(nS)$  meson; weak decays; helicity amplitude

[责任编辑 杨浦]