

# 信息动态融合识别与 $P$ -增广矩阵关系

张秀全<sup>1</sup>, 史开泉<sup>2</sup>

(1.黄淮学院 数学与统计学院,河南 驻马店 463000; 2.山东大学 数学学院,济南 250100)

**摘要:**  $P$ -集合是一个具有动态特征的数学集合模型,它是由内  $P$ -集合  $X^F$  与外  $P$ -集合  $X^{\bar{F}}$  构成的集合对; $P$ -增广矩阵是利用  $P$ -集合的动态特征改进普通增广矩阵得到的增广矩阵新结构,它是由内  $P$ -增广矩阵  $A^F$  与外  $P$ -增广矩阵  $A^{\bar{F}}$  构成的矩阵对.将  $P$ -集合与  $P$ -增广矩阵交叉应用研究,得到信息动态融合与它的生成,给出信息动态融合发现-识别与  $P$ -增广矩阵分离系数定理,以及信息动态融合识别准则,最后利用这些理论与结果给出应用.

**关键词:**  $P$ -集合;信息动态融合; $P$ -增广矩阵;分离系数定理;识别准则

**中图分类号:** O144

**文献标志码:** A

给定信息  $(x) = \{x_1, x_2, \dots, x_q\}$ ,  $\forall x_i \in (x)$  是  $(x)$  的信息元,其中  $1 \leq i \leq q$ ;  $\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k\}$  是  $(x)$  的特征(属性)集合,  $x_i$  的特征(属性)  $\alpha_i \in \alpha$  满足合取范式,其中  $1 \leq i \leq k$ . 信息动态融合具有 3 类形式 I-III: I 若在  $\alpha$  内补充特征,则  $(x)$  内的一些信息元  $x_i$  从  $(x)$  内被融合到  $(x)$  外;或者,在  $\alpha$  内补充特征的前提下,一些信息元从  $(x)$  内被删除,  $(x)$  生成信息动态融合  $(x)^F$ ,  $(x)^F \subset (x)$ ;  $\forall x_i \in (x)^F$  的特征  $\alpha_i$  满足  $\alpha_i = \alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \dots \wedge \alpha_k, k < t$ . II 若在  $\alpha$  内删除特征,则  $(x)$  外的一些信息元  $x_j$  从  $(x)$  外被融合到  $(x)$  内,换一个说法,在  $\alpha$  内删除特征的前提下,一些信息元从  $(x)$  外被补充到  $(x)$  内,  $(x)$  生成信息动态融合  $(x)^F$ ,  $(x) \subset (x)^F$ ;  $\forall x_j \in (x)^F$  的特征  $\alpha_j$  满足  $\alpha_j = \alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \dots \wedge \alpha_k, \lambda < k$ . III 若在  $\alpha$  内补充一些特征同时删除另一些特征,则  $(x)$  内的一些信息元从  $(x)$  内被融合到  $(x)$  外,同时  $(x)$  外的一些信息元从  $(x)$  外被融合到  $(x)$  内;  $(x)$  生成信息动态融合  $((x)^F, (x)^{\bar{F}}), (x)^F \subset (x) \subset (x)^{\bar{F}}$ . 若在  $\alpha$  内补充特征同时删除特征的过程不断进行,则  $(x)$  生成信息动态融合串:  $((x)_1^F, (x)_1^{\bar{F}}), ((x)_2^F, (x)_2^{\bar{F}}), \dots, ((x)_n^F, (x)_n^{\bar{F}})$ , I-III 是对信息融合概念的新认识. $P$ -集合是在普通集合(经典康托集)中补充动态特性而提出的新概念,它弥补了经典集合只具有“静态特征”的不足,在特殊条件下可以还原为普通集合<sup>[1-2]</sup>,其在解决数据挖掘、图像智能识别、风险跟踪识别等动态信息问题中得到广泛应用<sup>[3-9]</sup>.  $P$ -增广矩阵是利用  $P$ -集合的动态特征改进普通增广矩阵得到的一个新概念<sup>[10]</sup>,它为研究信息动态融合提供了新的数学工具.逆  $P$ -增广矩阵是  $P$ -增广矩阵的对偶形式<sup>[11]</sup>,它在未知信息动态发现与信息规律智能融合分离中获得应用<sup>[12-14]</sup>.本文利用具有动态特征的  $P$ -集合模型与  $P$ -增广矩阵交叉,进一步给出 I-III 的信息动态融合理论与应用研究,给出了信息动态融合-发现与  $P$ -增广矩阵分离系数定理,建立了信息动态融合识别准则,讨论了信息动态融合识别与  $P$ -增广矩阵关系,最后给出这些理论在多传感器信息识别系统中的应用.

为了方便讨论,把文献[1-2]中  $P$ -集合的结构、文献[10]中  $P$ -增广矩阵的概念引入到本文的第 1 节,作为本文的预备知识.

**收稿日期:** 2021-04-20; **修回日期:** 2021-06-23.

**基金项目:** 国家自然科学基金(12171193);河南省科技攻关计划项目(212102310464);河南省高等学校青年骨干教师培育项目(2021GGJS158).

**作者简介:** 张秀全(1974-),男,河南驻马店人,黄淮学院副教授,研究方向为代数学与系统理论及应用, E-mail: zhangxiuquan@huanghuai.edu.cn.

**通信作者:** 史开泉(1945-),男,山东济南人,山东大学教授,博士生导师,研究方向为粗系统理论及其应用, E-mail: shikq@sdu.edu.cn.

# 1 预备知识

## 1.1 P-集合的结构与动态特征

给定有限普通元素集合  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_q\} \subset U, \alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k\} \subset V$  是  $X$  的属性集合, 其中  $U, V$  分别是有限元素论域、有限属性论域. 称  $X^{\bar{F}}$  是被  $X$  生成的内  $P$ -集合, 简称  $X^{\bar{F}}$  是内  $P$ -集合,

$$X^{\bar{F}} = X - X^-. \quad (1)$$

$X^-$  称作  $X$  的  $\bar{F}$ -元素删除集合, 即

$$X^- = \{x_i \mid x_i \in X, \bar{f}(x_i) = u_i \in \bar{X}, \bar{f} \in \bar{F}\}. \quad (2)$$

如果  $X^{\bar{F}}$  的属性集合  $\alpha^{\bar{F}}$  满足

$$\alpha^{\bar{F}} = \alpha \cup \{\alpha'_i \mid f(\beta_i) = \alpha'_i \in \alpha, f \in F\}. \quad (3)$$

这里: (3) 式中  $\beta_i \in V, \beta_i \in \alpha, f \in F$  把  $\beta_i$  变成  $f(\beta_i) = \alpha'_i \in \alpha$ ; (1) 式中  $X^{\bar{F}} \neq \emptyset, X^{\bar{F}} = \{x_1, x_2, \dots, x_p\}, p < q; p, q \in \mathbf{N}$ .

给定有限普通元素集合  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_q\} \subset U, \alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k\} \subset V$  是  $X$  的属性集合, 称  $X^F$  是被  $X$  生成的外  $P$ -集合, 简称  $X^F$  是外  $P$ -集合,

$$X^F = X \cup X^+. \quad (4)$$

$X^+$  称作  $X$  的  $\bar{F}$ -元素补充集合,

$$X^+ = \{u_i \mid u_i \in U, u_i \in \bar{X}, f(u_i) = x'_i \in X, f \in F\}. \quad (5)$$

如果  $X^F$  的属性集合  $\alpha^F$  满足

$$\alpha^F = \alpha - \{\beta_i \mid \bar{f}(\alpha_i) = \beta_i \in \bar{\alpha}, \bar{f} \in \bar{F}\}. \quad (6)$$

这里:  $\alpha_i \in \alpha, \bar{f} \in \bar{F}$ , 把  $\alpha_i$  变成  $\bar{f}(\alpha_i) = \beta_i \in \bar{\alpha}$ , (6) 式中  $\alpha^F \neq \emptyset$ ; (4) 式中  $X^F = \{x_1, x_2, \dots, x_r\}, q < r; q, r \in \mathbf{N}^+$ .

由  $X^{\bar{F}}$  与  $X^F$  构成的元素集合对  $(X^{\bar{F}}, X^F)$ , 称作  $X$  生成的  $P$ -集合, 简称  $P$ -集合, 记作

$$(X^{\bar{F}}, X^F). \quad (7)$$

有限普通元素集合称作  $P$ -集合的基集合(基础集合).

称

$$\{(X_i^{\bar{F}}, X_j^F) \mid i \in I, j \in J\} \quad (8)$$

是  $X$  生成的  $P$ -集合族, (8) 式是  $P$ -集合的一般表达式.

## 1.2 P-增广矩阵与它的生成

给定有限普通元素集合  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_q\}, x_i \in X$  具有  $m$  个元素值  $y_{1,i}, y_{2,i}, \dots, y_{m,i}, y_i = (y_{1,i}, y_{2,i}, \dots, y_{m,i})^T$  是  $y_{1,i}, y_{2,i}, \dots, y_{m,i}$  生成的向量,  $i = 1, 2, \dots, q$ ; 称

$$A = \begin{pmatrix} y_{1,1} & y_{1,2} & \cdots & y_{1,q} \\ y_{2,1} & y_{2,2} & \cdots & y_{2,q} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ y_{m,1} & y_{m,2} & \cdots & y_{m,q} \end{pmatrix} \quad (9)$$

是被  $X$  生成的元素值矩阵.

给定内  $P$ -集合  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_p\}, x_i \in X^{\bar{F}}$  具有  $m$  个元素值  $y_{1,i}, y_{2,i}, \dots, y_{m,i}, y_i = (y_{1,i}, y_{2,i}, \dots, y_{m,i})^T$  是  $y_{1,i}, y_{2,i}, \dots, y_{m,i}$  构成的向量,  $i = 1, 2, \dots, p$ ; 称

$$A^{\bar{F}} = \begin{pmatrix} y_{1,1} & y_{1,2} & \cdots & y_{1,p} \\ y_{2,1} & y_{2,2} & \cdots & y_{2,p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ y_{m,1} & y_{m,2} & \cdots & y_{m,p} \end{pmatrix} \quad (10)$$

是被  $X^{\bar{F}}$  生成的  $A$  的内  $P$ -增广矩阵.

给定外 P- 集合  $X^F = \{x_1, x_2, \dots, x_r\}$ ,  $x_i \in X^F$  具有  $m$  个元素值  $y_{1,i}, y_{2,i}, \dots, y_{m,i}$ ,  $y_i = (y_{1,i}, y_{2,i}, \dots, y_{m,i})^T$  是  $y_{1,i}, y_{2,i}, \dots, y_{m,i}$  构成的向量,  $i = 1, 2, \dots, r$ ; 称:

$$A^F = \begin{pmatrix} y_{1,1} & y_{1,2} & \cdots & y_{1,r} \\ y_{2,1} & y_{2,2} & \cdots & y_{2,r} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ y_{m,1} & y_{m,2} & \cdots & y_{m,r} \end{pmatrix} \tag{11}$$

是被  $(X)^{\bar{F}}$  生成的  $A$  的外 P- 增广矩阵. 这里: (9) ~ (11) 式中,  $p < q < r, p, q, r \in \mathbf{N}^+$ .

由  $A^{\bar{F}}$  与  $A^F$  构成的矩阵对, 称作被  $(X^{\bar{F}}, X^F)$  生成,  $A$  的 P- 增广矩阵

$$(A^{\bar{F}}, A^F). \tag{12}$$

称

$$\{(A_i^{\bar{F}}, A_j^F) \mid i \in I, j \in J\} \tag{13}$$

是被  $\{(X_i^{\bar{F}}, X_j^F) \mid i \in I, j \in J\}$  生成的  $A$  的 P- 增广矩阵族, (13) 式是 P- 增广矩阵的一般表达式. 容易证明: 在一定条件下, 内 P- 增广矩阵  $A^{\bar{F}}$ , 外 P- 增广矩阵  $A^F$ , P- 增广矩阵  $(A^{\bar{F}}, A^F)$  与 P- 增广矩阵族  $\{(A_i^{\bar{F}}, A_j^F) \mid i \in I, j \in J\}$  被还原成普通增广矩阵  $A^*$ .

约定: 在第 2、3 节的讨论中,  $(x) = X, (x)^{\bar{F}} = X^{\bar{F}}, (x)^F = X^F, ((x)^{\bar{F}}, (x)^F) = (X^{\bar{F}}, X^F)$ ; 内 P- 增广矩阵  $A^{\bar{F}}$ , 外 P- 增广矩阵  $A^F$  与 P- 增广矩阵  $(A^{\bar{F}}, A^F)$  分别简称作内 P- 矩阵  $A^{\bar{F}}$ , 外 P- 矩阵  $A^F$  与 P- 矩阵  $(A^{\bar{F}}, A^F)$ ; 这些概念与名称在第 2、3 节中被直接使用.

## 2 信息动态融合与它的生成

**定义 1** 如果存在  $\nabla(x) \neq \emptyset, (x)^{\bar{F}}, (x)$  与  $\nabla(x)$  满足

$$(x)^{\bar{F}} = (x) - \nabla(x), \tag{14}$$

则称  $(x)^{\bar{F}}$  是被信息  $(x) = \{x_1, x_2, \dots, x_q\}$  生成的内 P- 信息动态融合.

其中  $\nabla(x)$  是  $(x)$  内的信息元  $x_i$  从  $(x)$  内被融合到  $(x)$  外构成的信息,  $i = 1, 2, \dots, t, p < t < q$ .

称

$$\{(x)_i^{\bar{F}} \mid i \in I\} \tag{15}$$

是被信息  $(x)$  生成的内 P- 信息动态融合族.

**定义 2** 如果存在  $\Delta(x) \neq \emptyset, (x)^F, (x)$  与  $\Delta(x)$  满足

$$(x)^F = (x) \cup \Delta(x), \tag{16}$$

则称  $(x)^F$  是被信息  $(x) = \{x_1, x_2, \dots, x_q\}$  生成的外 P- 信息动态融合.

这里: (16) 式中  $\Delta(x)$  是  $(x)$  外的信息元  $x_j$  从  $(x)$  外被融合到  $(x)$  内构成的信息,  $j = 1, 2, \dots, \lambda, r < \lambda$ .

称

$$\{(x)_j^F \mid j \in J\} \tag{17}$$

是被信息  $(x)$  生成的外 P- 信息动态融合族.

**定义 3** 由内 P- 信息动态融合  $(x)^{\bar{F}}$  与外 P- 信息动态融合  $(x)^F$  构成的信息融合对  $((x)^{\bar{F}}, (x)^F)$ , 称作被信息  $(x)$  生成的 P- 信息动态融合.

称

$$\{((x)_i^{\bar{F}}, (x)_j^F) \mid i \in I, j \in J\} \tag{18}$$

是被信息  $(x)$  生成的 P- 信息动态融合族.

## 3 P-信息动态融合发现-识别与 P-矩阵分离系数定理

**定义 4** 设  $A^{\bar{F}}, A$  的列数分别为  $|A^{\bar{F}}|, |A|$ , 记

$$\eta^F = |A^F| / |A|. \tag{19}$$

则称  $\eta^F$  是  $A^F$  关于  $A$  的内  $P$ - 分离系数.

**定义 5** 设  $A, A^F$  的列数分别为  $|A|, |A^F|$ , 记

$$\eta^F = |A^F| / |A|. \tag{20}$$

则称  $\eta^F$  是  $A^F$  关于  $A$  的外  $P$ - 分离系数.

**定义 6** 由  $\eta^F, \eta^F$  构成的数对  $(\eta^F, \eta^F)$ , 称作  $(A^F, A^F)$  关于  $A$  的  $P$ - 分离系数.

由定义 4 至定义 6 得到:

**定理 1** 若  $(x)^F$  是被生成的内  $P$ - 信息动态融合, 则  $(x)^F$  生成的内  $P$ - 矩阵  $A^F$  的内  $P$ - 分离系数  $\eta^F$  是单位离散区间  $(0, 1]$  的一个内点, 或者

$$\eta^F \in (0, 1]. \tag{21}$$

这里: (21) 式中  $(0, 1]$  是由数值 0 与  $1 = |A| / |A|$  生成的单位离散区间,  $1 = \eta = |A| / |A|$  是  $A$  的自身分离系数.

**证明** 取数值 0 与  $A$  的自身分离数  $1 = \eta = |A| / |A|$  作单位离散区间  $(0, 1]$ ; 由 (19)、(9)、(10) 式得到  $0 < \eta^F = |A^F| / |A| < 1$ , 得到 (21) 式.

**推论 1** 若  $A^F$  的内  $P$ - 分离系数  $\eta^F$  满足  $\eta^F \in (0, 1]$ , 则内  $P$ - 信息动态融合  $(x)^F$  在  $(x)$  内被发现 - 识别.

**定理 2** 若  $(x)^F$  是  $(x)$  被生成的外  $P$ - 信息动态融合, 则  $(x)^F$  生成的外  $P$ - 矩阵  $A^F$  的外  $P$ - 分离系数  $\eta^F$  是单位离散区间  $(0, 1]$  的一个外点, 或者

$$\eta^F \notin (0, 1]. \tag{22}$$

**证明** 取数值 0 与  $A$  的自身分离数  $1 = \eta = |A| / |A|$  作单位离散区间  $(0, 1]$ ; 由 (20)、(9)、(11) 式得到  $1 < \eta^F = |A^F| / |A|$ , 得到 (22) 式.

**推论 2** 若  $A^F$  的外  $P$ - 分离系数  $\eta^F$  满足  $\eta^F \notin (0, 1]$ , 则外  $P$ - 信息动态融合  $(x)^F$  在  $(x)$  外被发现 - 识别.

由定理 1、定理 2、推论 1 和推论 2 直接得到定理 3.

**定理 3** 若  $((x)^F, (x)^F)$  是被  $(x)$  生成的  $P$ - 信息动态融合, 则  $((x)^F, (x)^F)$  生成的  $P$ - 矩阵  $(A^F, A^F)$  的  $P$ - 分离系数  $(\eta^F, \eta^F)$  构成的离散区间  $[\eta^F, \eta^F]$  与单位离散区间  $(0, 1]$  满足:

$$[\eta^F, \eta^F] \cap (0, 1] \neq \emptyset. \tag{23}$$

**推论 3** 若  $(A^F, A^F)$  的  $P$ - 分离系数  $(\eta^F, \eta^F)$  构成的离散区间  $[\eta^F, \eta^F]$  满足  $[\eta^F, \eta^F] \cap (0, 1] \neq \emptyset$ , 则  $P$ - 信息动态融合  $((x)^F, (x)^F)$  在  $(x)$  内 - 外同时被发现 - 识别,  $(x)^F \subset (x) \subset (x)^F$ .

由定理 1 至定理 3 与推论 1 至推论 3 得到信息动态融合识别的 3 个准则:

**准则 I** 若  $A^F$  的内  $P$ - 分离系数  $\eta^F \in (0, 1]$ , 则生成  $A^F$  的  $(x)^F$  是  $(x)$  的内  $P$ - 信息动态融合,  $(x)^F$  在  $(x)$  内被识别.

**准则 II** 若  $A^F$  的外  $P$ - 分离系数  $\eta^F \notin (0, 1]$ , 则生成  $A^F$  的  $(x)^F$  是  $(x)$  的外  $P$ - 信息动态融合,  $(x)^F$  在  $(x)$  外被识别.

**准则 III** 若  $(A^F, A^F)$  的  $P$ - 分离系数  $[\eta^F, \eta^F] \cap (0, 1] \neq \emptyset$ , 则生成  $(A^F, A^F)$  的  $((x)^F, (x)^F)$  是  $(x)$  的  $P$ - 信息动态融合,  $(x)^F$  与  $(x)^F$  分别在  $(x)$  内与  $(x)$  外被识别.

## 4 信息动态融合识别的 $P$ -增广矩阵应用

### 4.1 应用例子

在多传感器信息识别系统中, 终端有多个输出模块组成. 工作过程中, 若某个模块随机出现故障, 通过识别系统, 引起报警模块启动, 发出报警警示, 系统停止工作.

本例子的数据取自信息识别系统的现场实验, 由于涉及商业秘密, 例子中的数据是真实数据经过技术方法处理后得到的, 这些数据不影响例子的分析. 假设系统终端输出模块共有 6 个输出端  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$ ;  $x_1 - x_6$  用信息  $(x) = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$  表示; 系统正常工作情况下,  $x_1 - x_4$  在  $t_1, t_2, t_3$  时刻分别输

出  $y_{1,j}, y_{2,j}, y_{3,j}, j=1, 2, 3, 4; y_{1,j}, y_{2,j}, y_{3,j}$  的数值大于0;  $x_5, x_6$  输出  $y_{1,j}, y_{2,j}, y_{3,j}$ , 它们的数值等于0,  $j=5, 6$ .

以  $y_{1,j}, y_{2,j}, y_{3,j}$  构成的向量  $y_j = (y_{1,j}, y_{2,j}, y_{3,j})^T$  作为列,  $(x)$  生成矩阵  $A$

$$A = \begin{pmatrix} y_{1,1} & y_{1,2} & y_{1,3} & y_{1,4} & y_{1,5} & y_{1,6} \\ y_{2,1} & y_{2,2} & y_{2,3} & y_{2,4} & y_{2,5} & y_{2,6} \\ y_{3,1} & y_{3,2} & y_{3,3} & y_{3,4} & y_{3,5} & y_{3,6} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.21 & 1.16 & 1.07 & 1.15 & 0 & 0 \\ 1.33 & 1.28 & 1.12 & 1.37 & 0 & 0 \\ 1.42 & 1.63 & 1.73 & 1.44 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (24)$$

设  $\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4\}$  是  $(x)$  的属性集合, 该属性集合对应系统终端输出模块电路结构. 在  $t_k$  时刻,  $t_3 < t_k$ , 假设  $\alpha_4$  对应的电路结构损坏, 属性  $\alpha_4$  发生变化,  $\alpha_4$  从属性集合  $\alpha$  内被删除,  $\alpha$  生成  $\alpha^F = \alpha - \{\alpha_4\} = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$ , 导致系统终端输出模块输出端数值发生改变, 终端输出  $y_5, y_6$  数值由0变为非0, 此时矩阵  $A$  生成外  $P$ -矩阵  $A^F$

$$A^F = \begin{pmatrix} 1.21 & 1.16 & 1.07 & 1.15 & 1.62 & 1.17 \\ 1.33 & 1.28 & 1.12 & 1.37 & 1.18 & 1.26 \\ 1.42 & 1.63 & 1.73 & 1.44 & 1.45 & 1.39 \end{pmatrix}. \quad (25)$$

因为  $A^F$  被生成,  $y_5 \neq 0, y_6 \neq 0$ , 信息识别系统报警模块被启动, 发出报警, 系统停止工作.

#### 4.2 应用例子的信息动态融合分析与实验认证

事实上, 由  $A$  得到信息  $(x) = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ , 由  $A^F$  得到信息  $(x)^F = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$ ;  $(x)^F$  是在  $\alpha^F$  存在的条件下, 被  $(x)$  生成的外  $P$ -信息动态融合; 或者, 在  $\alpha^F$  存在的条件下,  $(x)^F$  依据  $(x)$  被识别, 识别的实际表现是系统停止工作. 例子中的结果被实验过程确认.

## 5 结束语

本文给出的研究是利用  $P$ -集合与它生成的  $P$ -增广矩阵合作交叉得到的, 论文给出信息动态融合的特征分析与信息动态融合的  $P$ -增广矩阵表示形式. 事实上,  $P$ -集合的动态特征与信息动态融合之间存在着必然联系, 论文给出信息动态融合的基本理论研究, 得到一些新的理论结果, 这些理论结果具有一定的应用, 利用这些理论结果, 给出了它在多传感器动态信息识别系统中的应用.

## 参 考 文 献

- [1] 史开泉.  $P$ -集合[J]. 山东大学学报(理学版), 2008, 43(11): 77-84.  
SHI K Q.  $P$ -sets[J]. Journal of Shandong University(Natural Science), 2008, 47(11): 77-84.
- [2] SHI K Q.  $P$ -sets and its applications[J]. Advances in Systems Science and Applications, 2009, 9(2): 209-219.
- [3] 张丽, 崔玉泉, 史开泉. 外  $P$ -集合与数据内恢复[J]. 系统工程与电子技术, 2010, 32(6): 1233-1238  
ZHANG L, CUI Y Q, SHI K Q. Outer  $P$ -sets and data internal recovery[J]. Systems Engineering and Electronics, 2010, 32(6): 1233-1238.
- [4] 任雪芳, 张凌, 史开泉. 两类动态信息规律模型及其在信息伪装、风险识别中的应用[J]. 计算机科学, 2018, 45(9): 230-236.  
REN X F, ZHANG L, SHI K Q. Two types of dynamic information law models and their applications in information camouflage and risk identification[J]. Computer Science, 2018, 45(9): 230-236.
- [5] TANG J H, ZHANG L, SHI K Q, et al. Outer  $P$ -information law reasoning and its application in intelligent fusion and separating of information law[J]. Microsystem Technologies, 2018, 24(10): 4389-4398.
- [6] Yu X Q, Xu F S. Random inverse packet information and its acquisition[J]. Applied Mathematics and Nonlinear Sciences, 2020, 5(2): 357-366.
- [7] 张楠焯, 任雪芳. 数据智能挖掘-分类与它的动态管理[J]. 闽南师范大学学报(自然科学版), 2020, 33(3): 103-107.  
ZHANG N Y, REN X F. The intelligent data mining-classification and its dynamic management[J]. Journal of Minnan Normal University (Natural Science), 2020, 33(3): 103-107.
- [8] 周厚勇, 李东亚, 史开泉.  $\bar{F}$ -知识与它的还原[J]. 河南师范大学学报(自然科学版), 2010, 38(3): 40-43.  
ZHOU H Y, LI D Y, SHI K Q.  $\bar{F}$ -knowledge and Its Reduction[J]. Journal of Henan Normal University(Natural Science Edition), 2010, 38(3): 40-43.
- [9] 于秀清, 徐凤生, 冀娜. 函数  $P(\sigma, \tau)$ -集合及其特征[J]. 吉林大学学报(理学版), 2018, 56(1): 53-59.  
YU X Q, XU F S, JI N. Function  $P(\sigma, \tau)$ -Set and Its Characteristics[J]. Journal of Jilin University(Science Edition), 2018, 56(1): 53-59.

- [10] 史开泉. $P$ -增广矩阵与信息的智能动态发现-辨识[J].山东大学学报(理学版),2015,50(10):1-12.  
SHI K Q. $P$ -augmented matrix and dynamic intelligent discovery-identification of information[J].Journal of Shandong University(Natural Science),2015,50(10):1-12.
- [11] 任雪芳,张凌,史开泉.基数余-亏与逆 $P$ -增广矩阵[J].山东大学学报(理学版),2015,50(10):13-18.  
REN X F,ZHANG L,SHI K Q.Surplus-deficiency of cardinal number and inverse  $P$ -augmented matrices[J].Journal of Shandong University(Natural Science),2015,50(10):13-18.
- [12] REN X F,ZHANG L,SHI K Q.Inverse  $P$ -augmented matrix method-based the dynamic findings of unknown information[J].Microsystem Technologies,2018,24(10):4187-4192.
- [13] 张凌,任雪芳.非常态信息系统与逆 $P$ -增广矩阵关系[J].山东大学学报(理学版),2019,54(9):15-21.  
ZHANG L,REN X F.The relationship between abnormal information system and inverse  $P$ -augmented matrices[J].Journal of Shandong University(Natural Science),2019,54(9):15-21.
- [14] 陈保会,张凌.数据合成-分解的属性关系与数据智能获取[J].模糊系统与数学,2021,35(3):167-174.  
CHEN B H,ZHANG L.Attribute Relations of Data Compound-decomposition and Data Intelligent Acquisition[J].Fuzzy Systems and Mathematics,2021,35(3):167-174.

## The relationship between dynamic information fusion recognition and $P$ -augmented matrices

Zhang Xiuquan<sup>1</sup>, Shi Kaiquan<sup>2</sup>

(1. School of Mathematics and statistics, Huanghuai University, Zhumadian 463000, China;

2. School of Mathematics, Shandong University, Jinan 250100, China)

**Abstract:**  $P$ -Sets is a mathematical set model with dynamic characteristics, and a set pair which is composed of internal  $P$ -set  $X^F$  and outer  $P$ -set  $X^F$ .  $P$ -augmented matrix is a new structure of augmented matrix obtained by using dynamic characteristics of  $P$ -sets.  $P$ -augmented matrix is a matrix pair which is composed of internal  $P$ -augmented matrix  $A^F$  and outer  $P$ -augmented matrix  $A^F$ . In this paper, by using the intersection of  $P$ -sets and  $P$ -augmented matrices, we obtained the information dynamic fusion and its generation, and gave the discovery-recognition and separation coefficient theorem of  $P$ -augmented matrix in dynamic information fusion and the recognition criteria of information dynamic fusion. Finally, we showed the application of these theories and results.

**Keywords:**  $P$ -sets; dynamic information fusion;  $P$ -augmented matrix; separation coefficient theorem; recognition criteria

[责任编辑 陈留院 赵晓华]