文章编号:1000-2367(2016)02-0045-04 DOI:10.16366/j.cnki.1000-2367.2016.02.008

两体非轻衰变 $\Upsilon(nS)\to B_cM$ 过程的研究

孙俊峰[1],高万东[1],陈丽丽[1],郭 雁[1],李海燕[1],黄金书[2]

(1.河南师范大学 物理与电子信息工程学院,河南 新乡 453007;
2.南阳师范学院 物理与电子工程学院,河南 南阳 473061)

摘 要:对 B 介子对阈值以下的 $\Upsilon(nS)$ 粒子的两体非轻弱衰变过程进行了研究(其中 $n=1,2,3$).考虑 QCD 对强子矩阵元的修正,利用非相对近似下的波函数计算了 Υ 粒子跃迁到 B_c 介子的形状因子,给出了相应过程的分支比,研究表明 $\Upsilon(nS)\to B_c\rho$ 过程的分支比较大,可以达到 10^{-10} 量级,有望在未来高统计量的重味物理实验中被探测到.

关键词:$\Upsilon(nS)$ 介子;分支比;弱衰变

中图分类号:O572.2; O413 **文献标志码**:A

$\Upsilon(nS)$ 粒子是由底夸克对($b\bar{b}$)组成的矢量介子,其 I^GJ^{PC} 量子数是 0^-1^{--}.自从1977年美国费米实验室在质子打靶过程中发现以来[1],人们对 $\Upsilon(nS)$ 粒子性质的研究一直都是粒子物理领域的前沿和热点之一.

$\Upsilon(nS)$ 粒子有一些非常独特的性质:(1)其组分夸克质量很大,b 夸克的运动是非相对论的,可以用薛定谔方程来研究 $\Upsilon(nS)$ 粒子的质量谱和夸克间的相互作用.(2) B 介子对阈值以下的 $\Upsilon(nS)$ 粒子主要通过三胶子进行强衰变,这为人们研究胶球、混杂态及多夸克态等,理解夸克胶子相互作用提供了有利机会.3)由于 Higgs 粒子和费米子的耦合和费米子的质量成正比,$\Upsilon(nS)$ 粒子为人们寻找轻 Higgs 粒子提供了场所.

对于处于 B 介子对阈值以下的 $\Upsilon(nS)$ 粒子来讲(其中 $n=1,2,3$),其衰变过程是被 OZI 规则压低的.由于 QCD 渐进自由的特点,$\Upsilon(nS)$ 粒子通过三胶子进行强衰变的宽度要比粲偶素相应的宽度要小.由于 b 夸克的电荷是$-1/3$,c 夸克的电荷是 $2/3$,$\Upsilon(nS)$ 粒子的磁衰变宽度要比粲偶素相应的宽度要小.这些因素导致 $\Upsilon(nS)$ 粒子的总宽度非常小,在几十 keV 的量级(见表1).此外,在粒子物理的标准模型中,$\Upsilon(nS)$ 粒子还可以通过弱作用进行衰变.本文将对 $\Upsilon(nS)\to B_cM$ 弱衰变过程进行研究,其中 M 表示赝标量介子 π 和 K 和矢量介子 ρ 和 K^*.

实验方面:CLEO,BaBar 和 Belle 等实验组已经收集了大量的 $\Upsilon(nS)$ 粒子(见表1),大型强子对撞机 LHC 以及即将运行的超级 B 工厂必定会收集到更多更精确的 $\Upsilon(nS)$ 粒子.这为 $\Upsilon(nS)$ 粒子弱衰变的研究提供了可能性,也使得理论研究迫在眉睫.此外,我们研究对象的末态粒子都是带电粒子,对 B_c 介子只需要做单标记就作为事例判选的重要依据,实验上很容易鉴别.

表1 $\Upsilon(nS)$ 粒子的质量,宽度和实验数据统计量

粒子	性质[2]		实验数据(10^6 个)		
	质量/(MeV)	宽度/(keV)	Belle[3]	BaBar[4]	CLEO[5]
$\Upsilon(1S)$	9460.30±0.26	54.02±1.25	102	—	22.78
$\Upsilon(2S)$	10 023.26±0.31	31.95±2.63	158	121.8	9.45
$\Upsilon(3S)$	10 355.2±0.5	20.32±1.85	11	98.6	8.89

理论方面:研究的衰变过程都是以树图贡献为主的,且它们的衰变振幅和夸克混合 CKM 矩阵元 V_{cb} 相关,因此 $\Upsilon(nS)\to B_cM$ 弱衰变应该具有较大的分支比,有利于实验观测;通过 $\Upsilon(nS)$ 粒子弱衰变的研究可以

收稿日期:2015-07-04;**修回日期**:2015-09-09.

基金项目:国家自然科学基金(U1232101;U1332103).

第1作者简介(通信作者):孙俊峰(1975—),男,河南偃师人,河南师范大学副教授,研究方向为粒子物理,E-mail:sunjunfeng@htu.cn.

对从 B 介子衰变过程中确定的参数进行更加严格的限制,检验各种唯象模型. 之前关于 $\Upsilon(1S)$ 粒子弱衰变的理论研究都是基于简单因子化进行简略地估计[6-7]. 到目前为止,还没有关于 $\Upsilon(2S)$ 和 $\Upsilon(3S)$ 粒子弱衰变的相关理论研究. 这显然不能满足实验发展的需要,希望本文的分析能够为将来实验分析提供参考.

1 低能有效哈密顿量

与 $\Upsilon(nS) \to B_cP$, B_cV 衰变过程相关的低能有效哈密顿量可以写作

$$H_{eff} = \frac{G_F}{\sqrt{2}}\sum_{q=d,s} V_{cb}V_{uq}^{*}\{C_1(\mu)Q_1(\mu) + C_2(\mu)Q_2(\mu)\} + h.c.,$$

其中 G_F 是费米常数;在 λ^6 近似下 CKM 因子可以表示为(其中 A 和 λ 是 Wolfenstein 参数):

$$V_{cb}V_{ud}^{*} = A\lambda^2 - A\lambda^4/2 - A\lambda^6/8, V_{cb}V_{us}^{*} = A\lambda^3;$$

$C_{1,2}(\mu)$ 是威尔逊系数,包含了标度 μ 以上的短程物理贡献,可以用微扰论进行计算,目前人们已经得到威尔逊系数的次领头阶结果;Q_1,Q_2 是和过程相关的定域四夸克算符,其形式是

$$Q_1 = [\bar{c}_\alpha\gamma^\mu(1-\gamma_5)b_\alpha][\bar{u}_\beta\gamma_\mu(1-\gamma_5)q_\beta], Q_2 = [\bar{c}_\alpha\gamma^\mu(1-\gamma_5)b_\beta][\bar{u}_\beta\gamma_\mu(1-\gamma_5)q_\alpha],$$

其中 α 和 β 表示颜色指标,在此约定相同颜色指标表示求和.

2 强子矩阵元

为了得到衰变振幅和分支比,还需要计算四夸克算符的强子矩阵元. 这也是目前处理强子弱衰变最难处理的部分. 在 Lepage 和 Brodsky 等人处理遍举过程做法的基础上,Beneke 等人估计了不同拓扑的贡献,在重夸克极限条件下提出了计算强子矩阵元的 QCDF 方法[8]. 采用这种方法,$\Upsilon(nS) \to B_cM$ 的强子矩阵元可以表示成 $\langle B_cM \mid Q_i \mid \Upsilon(nS)\rangle = \sum_j F_j^{\Upsilon\to B_c}\int \mathrm{d}x\, H_j(x)\Phi_M(x)$,其中 $F_j^{\Upsilon\to B_c}$ 是形状因子,$\Phi_M(x)$ 是 M 介子的波函数,$H_j(x)$ 是散射振幅. 可以将 $\Upsilon(nS) \to B_cM$ 的衰变振幅写成 $A(\Upsilon(nS) \to B_cM) = \langle B_cM \mid H_{\mathrm{eff}} \mid \Upsilon(nS)\rangle = \frac{G_F}{\sqrt{2}}V_{cb}V_{uq}^{*}\, a_1\langle B_c \mid J \mid \Upsilon\rangle\langle M \mid J \mid 0\rangle$,系数 a_1 的具体表达式可以写成 $a_1 = C_1^{\mathrm{NLO}} + \frac{C_2^{\mathrm{NLO}}}{N} + \frac{\alpha_s C_F}{4\pi}\frac{C_2^{\mathrm{LO}}}{N}V$,其中 $N = 3$,$C_F = 4/3$,NLO 和 LO 是次领头阶和领头阶的简写,V 的表达式可以在文献[9]中找到,威尔逊系数和 a_1 的数值结果见表 2.

表 2 和 $\Upsilon(nS) \to B_c\pi$ 衰变过程相关的威尔逊系数 C_1C_2 和系数 a_1,其中 m_b = 4.78 GeV.

μ	LO		NLO		QCDF
	C_1	C_2	C_1	C_2	a_1
$0.5m_b$	1.173	−0.346	1.132	−0.277	$1.081\ \mathrm{e}^{-\mathrm{i}2^\circ}$
m_b	1.112	−0.240	1.078	−0.176	$1.057\ \mathrm{e}^{-\mathrm{i}1^\circ}$
$1.5m_b$	1.086	−0.192	1.055	−0.130	$1.045\ \mathrm{e}^{-\mathrm{i}1^\circ}$

强子矩阵元的定义如下:$\langle P(k) \mid A_\mu \mid 0\rangle = -\mathrm{i}f_Pk_\mu$,$\langle V(k,\varepsilon) \mid V_\mu \mid 0\rangle = f_Vm_V\varepsilon_\mu$,

$$\langle B_c(p_2) \mid V_\mu - A_\mu \mid \Upsilon(p_1,\varepsilon)\rangle = \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\varepsilon_\Upsilon^{\nu}(p_1+p_2)^\alpha q^\beta\frac{V^{\Upsilon\to B_c}}{m_\Upsilon + m_{B_c}} - \mathrm{i}2m_\Upsilon q_\mu A_0^{\Upsilon\to B_c}\frac{\varepsilon_\Upsilon\cdot q}{q^2} -$$

$$\mathrm{i}\varepsilon_{\Upsilon,\mu}(m_\Upsilon + m_{B_c})A_1^{\Upsilon\to B_c} - \mathrm{i}\frac{\varepsilon_\Upsilon\cdot q}{m_\Upsilon + m_{B_c}}(p_1+p_2)_\mu A_2^{\Upsilon\to B_c} + \mathrm{i}2m_\Upsilon q_\mu A_3^{\Upsilon\to B_c}\frac{\varepsilon_\Upsilon\cdot q}{q^2},$$

其中 ε 是矢量粒子的极化矢量,$q = p_1 - p_2$ 是动量转移,f_P 和 f_V 分别是赝标量介子和矢量介子的衰变常数,$A_{0,1,2,3}^{\Upsilon\to B_c}$ 和 $V^{\Upsilon\to B_c}$ 是形状因子.

3 形状因子

形状因子可以写成强子波函数的卷积形式,定义如下:

$$A_0 = \int \mathrm{d}k_\perp \int_0^1 \mathrm{d}x\, \{\Phi_\Upsilon(k_\perp,x,1,0)\,\sigma_z\,\Phi_{B_c}(k_\perp,x,0,0)\},$$

$$I=\sqrt{2}\int dk_\perp \int_0^1 \frac{dx}{x}\{\Phi_\Upsilon(k_\perp,x,1,-1)\,\sigma_y\,\Phi_{B_c}(k_\perp,x,0,0)\},$$

$$A_1=\frac{m_b+m_c}{m_\Upsilon+m_{B_c}}I,V=\frac{m_b-m_c}{m_\Upsilon-m_{B_c}}I,2m_\Upsilon A_3=(m_\Upsilon+m_{B_c})A_1+(m_\Upsilon-m_{B_c})A_2.$$

可以采用分立变量法,将上式中波函数 $\Phi(k_\perp,x,j,j_z)$ 写成空间部分和自旋部分.其中 σ_x,σ_y 是泡利算符,作用于非旁观者夸克的自旋部分.由于 $\Upsilon(nS)$ 粒子和 B_c 介子都是由两个重夸克组成的,可以通过求解非相对论的薛定谔方程得到空间部分的波函数,和各向同性谐振子势相对应的波函数形式为

$$\Phi_{1S}(k_\perp,x)=A\exp\left\{-\frac{k_\perp^2+\bar{x}m_q^2+xm_b^2}{8\alpha^2x\bar{x}}\right\},\Phi_{2S}(k_\perp,x)=B\,\Phi_{1S}(k_\perp,x)\times\left\{\frac{k_\perp^2+m_b^2}{6\alpha^2x\bar{x}}-1\right\},$$

$$\Phi_{3S}(k_\perp,x)=C\,\Phi_{1S}(k_\perp,x)\times\left\{\frac{2}{5}\left(\frac{k_\perp^2+m_b^2}{4\alpha^2x\bar{x}}-\frac{5}{2}\right)^2-1\right\},$$

其中 A,B,C 是波函数的归一化系数,横向动量的平均值是 $\langle\Phi_{1S}\mid k_\perp^2\mid\Phi_{1S}\rangle=\alpha^2$.根据非相对论 QCD 有效理论(NRQCD),可知 $k_\perp\sim mv\sim m\alpha_s$,通过计算可以得到形状因子的数值结果(见表 3).

表 3 $\Upsilon(nS)\to B_c$ 跃迁形状因子,其中误差来自 b 夸克和 c 夸克质量

跃迁过程	文献	$A_0(0)$	$A_1(0)$	$A_2(0)$	$V(0)$
$\Upsilon(1S)\to B_c$	[7]	0.46	0.62	0.38	1.61
$\Upsilon(1S)\to B_c$	本文	0.67 ± 0.02	0.70 ± 0.02	0.51 ± 0.06	1.66 ± 0.02
$\Upsilon(2S)\to B_c$	本文	0.65 ± 0.02	0.69 ± 0.02	0.48 ± 0.04	1.44 ± 0.03
$\Upsilon(3S)\to B_c$	本文	0.57 ± 0.01	0.64 ± 0.01	0.29 ± 0.03	1.25 ± 0.05

4 衰变振幅和分支比

$\Upsilon(nS)\to B_c\pi$,$B_c\rho$,B_cK,B_cK^* 衰变振幅的表达式分别为

$$A(\Upsilon\to B_c\pi)=\sqrt{2}G_FV_{cb}V_{ud}^*\,a_1f_\pi m_\Upsilon(\epsilon_\Upsilon\cdot p_\pi)A_0^{\Upsilon\to B_c},A(\Upsilon\to B_cK)=\sqrt{2}G_FV_{cb}V_{us}^*\,a_1f_Km_\Upsilon(\epsilon_\Upsilon\cdot p_K)A_0^{\Upsilon\to B_c},$$

$$A(\Upsilon\to B_c\rho)=-\mathrm{i}\frac{G_F}{\sqrt{2}}V_{cb}V_{ud}^*\,a_1f_\rho m_\rho\{(\epsilon_\rho\cdot\epsilon_\Upsilon)(m_\Upsilon+m_{B_c})A_1^{\Upsilon\to B_c}+$$

$$(\epsilon_\rho\cdot p_\Upsilon)(\epsilon_\Upsilon\cdot p_\rho)\frac{2A_2^{\Upsilon\to B_c}}{m_\Upsilon+m_{B_c}}-\mathrm{i}\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\epsilon_\rho^\mu\epsilon_\Upsilon^\nu p_\rho^\alpha p_\Upsilon^\beta\frac{2V^{\Upsilon\to B_c}}{m_\Upsilon+m_{B_c}}\},$$

$$A(\Upsilon\to B_cK^*)=-\mathrm{i}\frac{G_F}{\sqrt{2}}V_{cb}V_{us}^*\,a_1f_{K^*}m_{K^*}\{(\epsilon_{K^*}\cdot\epsilon_\Upsilon)(m_\Upsilon+m_{B_c})A_1^{\Upsilon\to B_c}+$$

$$(\epsilon_{K^*}\cdot p_\Upsilon)(\epsilon_\Upsilon\cdot p_{K^*})\frac{2A_2^{\Upsilon\to B_c}}{m_\Upsilon+m_{B_c}}-\mathrm{i}\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\epsilon_{K^*}^\mu\epsilon_\Upsilon^\nu p_{K^*}^\alpha p_\Upsilon^\beta\frac{2V^{\Upsilon\to B_c}}{m_\Upsilon+m_{B_c}}\},$$

在 $\Upsilon(nS)$ 粒子静止系中,$\Upsilon(nS)\to B_cM$ 的衰变分支比 $Br(\Upsilon(nS)\to B_cM)=\frac{1}{12\pi}\frac{p_{cm}}{m_\Upsilon^2\Gamma_\Upsilon}\mid A(\Upsilon\to B_cM)\mid^2$,

其中 p_{cm} 是末态粒子的动量 $p_{cm}=\frac{\sqrt{[m_\Upsilon^2-(m_{B_c}+m_M)^2][m_\Upsilon^2-(m_{B_c}-m_M)^2]}}{2m_\Upsilon}$.

5 数值结果和讨论

在数值计算中需要的输入参数有 CKM 矩阵元,夸克质量,介子衰变常数等,它们的取值如下:

CKM 矩阵参数[2] $A=0.814(24)$,$\lambda=0.335\ 37(61)$;

夸克质量[2] $m_b=4.78(6)$ GeV,$m_c=1.67(7)$ GeV;

介子衰变常数[2,10] $f_\pi=130.4(2)$ MeV,$f_\rho=216(3)$ MeV,$f_K=156.2(7)$ MeV,$f_{K^*}=220(5)$ MeV.

得到 $\Upsilon(nS)\to B_c\pi$,$B_c\rho$,B_cK,B_cK^* 衰变过程的分支比(见表 4),其中第 1 个误差是由 CKM 因子造成的,第 2 个误差是由重整化标度的选取引起的,第 3 个误差是和强子参数相关的.

从表 4 发现:1) $\Upsilon(nS)$粒子的质量随着径向量子数的增加而变大,导致相应的相空间变大;$\Upsilon(nS)$粒子的宽度随着径向量子数的增加而变小.这就导致对于相同的末态粒子来讲,$\Upsilon(nS)$粒子的衰变分支比随着径

向量子数的增加而变大. 2)不同衰变道的分支比之间存在一定的等级关系,即 $Br(\Upsilon\to B_c\rho)> Br(\Upsilon\to B_c\pi) > Br(\Upsilon\to B_cK^*)> Br(\Upsilon\to B_cK)$. 这是由两个因素造成的,第一个是 CKM 矩阵元因子 $V_{ud}^*>V_{us}^*$,第二个是根据角动量守恒,$\Upsilon\to B_cP$ 相对于 $\Upsilon\to B_cV$ 过程是被角动量压低的. 3) $\Upsilon(1S,2S,3S)\to B_c\rho$ 过程有较大的分支比,可以达到 10^{-10} 量级,有望在将来的实验上观测到.

表 4 $\Upsilon(nS)\to B_cM$ 衰变分支比

衰变分支比	$\Upsilon(1S)$衰变			$\Upsilon(2S)$衰变	$\Upsilon(3S)$衰变
	文献[6]	文献[7]	本文	本文	本文
$10^{10}\times Br(\Upsilon\to B_c\rho)$	0.93	0.58	1.05±0.07±0.05±0.03	2.49±0.18±0.11±0.07	3.74±0.26±0.17±0.11
$10^{11}\times Br(\Upsilon\to B_c\pi)$	3.48	1.43	3.39±0.24±0.15±0.01	8.27±0.59±0.37±0.03	12.4±0.88±0.56±0.04
$10^{12}\times Br(\Upsilon\to B_cK^*)$	5.27	3.12	6.03±0.46±0.27±0.28	14.2±1.09±0.63±0.66	21.3±1.64±0.95±1.00
$10^{12}\times Br(\Upsilon\to B_cK)$	2.53	1.16	2.51±0.19±0.11±0.03	6.18±0.48±0.27±0.06	9.30±0.72±0.41±0.09

6 结 论

随着 B 介子工厂和 LHC 的运行,以及即将到来的超级 B 工厂,将会有越来越多的 $\Upsilon(nS)$实验数据. 人们从而可以对 $\Upsilon(nS)$的弱衰变性质进行详细的研究. 本文考虑强子矩阵元中的非因子化贡献,采用三维各向同性谐振子势所对应的波函数计算了 $\Upsilon(nS)\to B_c$ 跃迁形状因子,给出了 $\Upsilon(nS)\to B_c\rho$, $B_c\pi$, B_cK^* ,B_cK 弱衰变过程的分支比,结果显示 $\Upsilon(nS)\to B_c\rho$ 过程的分支比可以达到 10^{-10} 量级,有望在实验上被探测到. 本文的研究对将来的实验分析提供了参考.

参 考 文 献

[1] HERB S. Observation of a dimuon resonance at 9.5 GeV in 400 GeV proton nucleus collisions[J]. Phys Rev Lett,1977,39:252-255.

[2] OLIVE K, ASASHE K, AMSLER C, et al. Review of Particle Physics[J]. Chin Phys C,2014,38:090001.

[3] BRODZICKA J, BROWDER T, CHANG P, et al. Physics achievements from the Belle experiment[J]. Prog Theor Exp Phys,2012,2012,04D001.

[4] LEES J, POIREAU V, TISSERAND V, et al. Study of $\Upsilon(3S,2S)\to\eta\Upsilon(1S)$ *and* $\Upsilon(3S,2S)\to\pi\pi\Upsilon(1S)$ hadronic transitions[J]. Phys Rev D,2011,84:092003.

[5] BRIERE R, FERGUSON T, TATISHVILI G, et al. Comparison of particle production in quark and gluon fragmentation at $s^{1/2}\sim 10$ GeV[J]. Phys Rev D,2007,76:012005.

[6] SHARMA K, VERMA R. Rare decays of ψ and Υ[J]. Int J Mod Phys A,1999,14:937-946.

[7] DHIR R, VERMA R, SHARMA A. Effects of flavor dependence on wek decays of J/ψ and Υ[J]. Adv High Energy Phys,2013,2013:706543.

[8] BENEKE M, BUCHALLA G, NEUBERT M, et al. QCD factorization for exclusive nonleptonic B meson decays: general arguments and the case of heavy light final states[J]. Nucl Phys,2000,B591:313-418.

[9] 杨悦玲,孙俊峰,鲁公儒,等. 用 QCD 因子化方法研究 $B_c\to J/\psi\pi,\eta_c\pi,J/\psi K,\eta_cK$ 过程[J]. 河南师范大学学报(自然科学版),2009,37(3):53-56.

[10] BALL P, JONES G. Twist-3 distribution amplitudes of K^* and ϕ mesons[J]. JHEP,2007,0703: 069.

Study of Nonleptonic Two-body $\Upsilon(nS)\to B_cM$ Weak Decays

SUN Junfeng[1], GAO Wandong[1], CHEN Lili[1], GUO Yan[1], LI Haiyan[1], HUANG Jinshu[2]

(1. College of Physics and Electronic Engineering, Henan Normal University, Xinxiang 453007, China;

2. College of Physics and Electronic Engineering, Nanyang Normal University, Nanyang 473061,China)

Abstract: With anticipation of abundant epsilons data sample at high-luminosity heavy flavor experiments, we studied nonleptonic two-body weak decays of $\Upsilon(nS)$ below the open-bottom threshold with $n=1$, 2 and 3. It is found that branching ratios for $\Upsilon(1S,2S,3S)\to B_c\rho$ decays are relatively large and can reach up to 10^{-10}, which is promisingly detected by experiments at the running LHC and forthcoming SuperKEKB.

Keywords: $\Upsilon(nS)$ meson; branching ratio; weak decay