第 43 卷 第 1 期 河南师范大学学报(自然科学版) Vol. 43 No. 1
2015 年 1 月 Journal of Henan Normal University (Natural Science Edition) Jan. 2015

文章编号:1000-2367(2015)01-0008-06 **DOI**:10.16366/j.cnki.1000-2367.2015.01.002

安全第一准则下最优保险投资策略选择

郭文旌,高从燕

(南京财经大学 金融学院,南京 210046)

摘　要:假定保险公司的盈余为 Lundberg-Cramér 模型,保险投资市场是由一个无风险债券和多个风险证券构成的资本市场.在给定可接受灾难水平下,建立保险公司选择最优投资策略的安全第一准则模型.利用 Lagrange 乘数法求解多层优化模型,得到了保险公司的最优投资策略和有效边界的解析表达式.并在此基础上分析了累积索赔折现值、承保风险等因素对最优投资策略以及有效边界的影响.最后,用实际数据对保险公司如何分配投资资金进行了模拟.

关键词:安全第一准则;保险投资;Lundberg-Cramér 模型;有效边界

中图分类号:O212;F840 **文献标志码**:A

保险投资就是指保险公司将盈余资产用于证券投资,以期资产实现保值增值的过程.随着保险资金投资运用的逐步放开,保险公司最优投资策略的选择问题日渐成为一个研究热点.要做好投资策略的最优选择,首先应选择好适合保险公司的优化准则.早期文献通常选取最大效用准则,即最大化最终财富的效用,如 Kahane(1978)[1],Briys(1985)[2],Browne(1995)[3],最近的文献还有 Yang 与 Zhang(2005)[4],Wang(2007)[5].有人认为对保险公司而言,安全往往是首要的,因而选择最小化破产概率作为优化准则,如 Hipp 与 Plum(2000, 2003)[6-7].随后,Browne(1995)[3],Yang 与 Zhang(2005)[4] 在不同市场条件也研究了破产概率最小化目标下的最优投资策略选择问题.但是 Browne(1995)[3],Yang 和 Zhang(2005)[4] 的最优投资策略都与索赔过程无关,另外 Wang,Xia 与 Zhang (2007)[8] 也发现不管是在最大效用准则还是最小破产概率准则下,最优投资策略与保险公司的保费率、索赔过程等参数没有任何关系,至多也是部分有关. Wang,Xia 与 Zhang (2007)[8] 认为这与现实不相符合.他们同时也发现,在均值-方差准则下,最优投资策略与承保的所有参数都有关系.郭文旌, 赵成国和袁建辉(2011)[9] 在均值-方差准则下考虑了跳跃扩散市场的情形,同样验证了 Wang,Xia 与 Zhang (2007)[8] 的发现.

Roy(1952)[10] 首次提出了安全第一准则,他认为对每个投资者而言,都有一个“灾难”水平,投资者选择投资策略就是尽可能规避“灾难”水平损失的发生.由于安全第一准则在收益和安全二者之间更注重资产的安全性,从这个意义来讲更适合保险公司对资产安全性的要求.但是到目前采用安全第一准则来进行最优投资策略选择的文献很少,比较经典的文献主要有 Li,Chan 与 Ng(1998)[11],李仲飞,姚京(2004)[12],以及 Li. Yao 与 Li(2010)[13],而安全第一准则在保险投资方面的应用的文献还没有发现.

本文考虑了保险公司在安全第一准则下的最优资产组合的选择问题,假定保险公司的盈余过程为经典的 Lundberg-Cramér 模型,导出了保险公司最优投资策略和有效边界的显式表达式.我们发现安全第一准则在保证安全性的条件下,具有均值-方差准则的优越性,因此相对于其他优化准则更适合于保险公司.

1　市场描述及模型建立

假设市场上有种资产(或证券),其中一种是无风险资产,它的价格过程满足:

收稿日期:2014-05-22

基金项目:国家自然科学基金目(71471081; 11101205);教育部人文社会科学研究规划项目(12YJAZH020);南京财经大学课程建设项目(Y1204).

作者简介:郭文旌(1971-),男,湖南新宁人,南京财经大学教授,博士,研究方向为风险投资与风险管理,E-mail:guowenjing1971@163.com.

$$\mathrm{d}p_0(t)=R_0(t)p_0(t)\mathrm{d}t, t\in[0,T],$$

其中 $R_0(t)$ 为 t 时刻无风险利率. 其余 n 种为风险资产，其价格 $p_1(t), p_2(t), \cdots, p_n(t)$ 分别满足下面随机微分方程：

$$\mathrm{d}p_i(t)=p_i(t)\Big[R_i(t)\mathrm{d}t+\sum_{j=1}^{n}\sigma_{ij}(t)\mathrm{d}W_j(t)\Big], i=1,2,\cdots,n,$$

其中 $R_i(t)$ 为第 i 种风险资产在 t 时刻的收益率，$\sigma_{ij}(t), i,j\in\{1,2,\cdots,n\}$ 为第 i 种风险资产的 t 时刻的扩散率，$W_j(t)$ 为标准布朗运动. 令

$$R(t)=(R_1(t),R_2(t),\cdots,R_n(t))^{\mathrm{T}}, \sigma(t)=(\sigma_{ij}(t))_{n\times n}, W(t)=(W_1(t),W_2(t),\cdots,W_n(t))^{\mathrm{T}}.$$

假定对某个 $\delta>0$，$\sigma(t)$ 满足 $\sigma(t)\sigma(t)^{\mathrm{T}}\geq\delta I, \forall t\in[0,T]$，其中 I 为 n 阶单位矩阵.

定义 1　称一个投资策略 $\pi(t)=(\pi_1(t),\pi_2(t),\cdots,\pi_n(t))^{\mathrm{T}}$ 是容许的，若 $\pi(t)$ 是一个 F_s- 可料过程，并且满足

$$\int_0^T\|\pi(t)\|^2<\infty,\ a.e. \text{对}\ \forall T<\infty, \tag{1}$$

所有允许的投资策略集记为 Π.

记 $w_i(t)$ 为在时间 t 对风险资产 i 所持有的份(股)数，则 $\pi_i(t)=w_i(t)p_i(t)$ 表示对风险资产 i 所持有价值量.

根据 Lundberg-Cramér 模型，在没有投资情况下，保险公司的盈余过程为

$$U(t)=x_0+\int_0^t c(s)\mathrm{d}s-S(t),$$

其中 x_0 为初始财富，$c(t)$ 为保险公司在时刻 t 征收的保费率，$S(t)=\sum_{k=1}^{N(t)}Z_k$ 表示从 0 到 t 时间内累计索赔量，其中 $Z_k(k\geq 1)$ 表示第 k 次的索赔额，$N(t)$ 则表示从 0 时刻至 t 时刻所发生的索赔次数，$N(t)$ 服从强度为 λ 的 Poisson 过程. 对任意 $t\in[0,T]$，$S(t)$ 与 $W(t)$ 相互独立.

记 $X(t)$ 为保险公司在时间 t 的财富，则据 Yang 与 Zhang(2005)[4] 中(2.1)，满足如下微分方程

$$\begin{cases}\mathrm{d}X(t)=[X(t)R_0(t)+\bar{R}(t)^{\mathrm{T}}\pi(t)+c(t)]\mathrm{d}t+\pi(t)^{\mathrm{T}}\sigma(t)\mathrm{d}W(t)-\mathrm{d}S(t),\\ X(0)=x_0,\end{cases} \tag{2}$$

其中 $\bar{R}(t)=R(t)-R_0(t)1_n$，$1_n$ 表示分量全为 1 的 n 维列向量.

根据 Roy(1952)[10] 的思想，投资者的目标为使最终财富 $X^\pi(T)$ 低于某一个预先水平 C 这一事件的概率最小，即：

$$\min_{\pi}P(X^{\pi}(T)<C), \tag{3}$$

这里，$C>0$. C 的值是从投资者的角度可视为“灾难”水平，其大小反映了投资者的风险厌恶程度；而最终财富低于“灾难”水平的概率反映了风险的大小，它与人们通常对风险的看法一致.

由 Bienaymē-Tchebycheff 不等式可得：

$$P(X^\pi(T)\leq C)\leq\frac{\mathrm{var}(X^\pi(T))}{[E(X^\pi(T))-C]^2}, \tag{4}$$

因此要使 $\min_{\pi}P(X^{\pi}(T)<C)$，只需使 $\max_{\pi}\dfrac{E(X^\pi(T))-C}{\sqrt{\mathrm{var}(X^\pi(T))}}$，则问题(3) 可转化为下列问题：

$$\max_{\pi}U\{E(X^\pi(T)),\mathrm{var}(X^\pi(T))\}=\frac{E(X^\pi(T))-C}{\sqrt{\mathrm{var}(X^\pi(T))}}. \tag{5}$$

设 $\Pi^*=\{\pi\mid\pi$ 使得(5) 达到最大$\}$.

2　最优投资策略

在限制条件(1) 下，微分方程(2) 有唯一解，根据 Itô 公式进行计算，化简得：

$$X(t)=\xi(t)\Big[x_0+\int_0^t\xi(s)^{-1}(\bar{R}(s)^{\mathrm{T}}\pi(s)+c(s))\mathrm{d}s+\int_0^t\xi(s)^{-1}\pi(s)^{\mathrm{T}}\sigma(s)\mathrm{d}W(s)-\int_0^t\xi(s)^{-1}\mathrm{d}S(s)\Big], \tag{6}$$

其中 $\xi(t)=\exp\left(\int_0^t R_0(s)\mathrm{d}s\right)$.

$S(t)$ 是一个复合 Poisson 过程，可近似为一个扩散过程 $\mathrm{d}S(t)\approx\lambda E(Z_1)\mathrm{d}t+\sqrt{\lambda E(Z_1^2)}\mathrm{d}W^*(t)$，其中 $W^*(t)$ 为标准布朗运动，由于 $W(t)$ 与 $S(t)$ 相互独立，所以 $W(t)$ 与 $W^*(t)$ 之间相互独立.

则 $X(t)$ 的期望和方差分别为

$$EX(t)=\xi(t)\left[x_0+\int_0^t\xi(s)^{-1}[\bar{R}(s)^{\mathrm{T}}\pi(s)+c(s)]\mathrm{d}s-M(t)\right],$$

$$\mathrm{var}(X(t))=\xi(t)^2\left[\int_0^t\xi(s)^{-2}\pi(s)^{\mathrm{T}}\Omega(s)\pi(s)\mathrm{d}s+D(t)\right],$$

其中 $M(t)=\lambda E(Z_1)\int_0^t\xi(s)^{-1}\mathrm{d}s,\Omega(t)=\sigma(t)\sigma^{\mathrm{T}}(t),D(t)=\lambda E(Z_1^2)\int_0^t\xi(s)^{-2}\mathrm{d}s$，这里 $M(t),D(t)$ 分别表示 $S(t)$ 的期望与方差，在本文中的经济含义是到时间 t 时刻的累积索赔折现值和方差度量的承保风险. 因此可得：

$$\max_{\pi}U\{E(X^{\pi}(T)),\mathrm{var}(X^{\pi}(T))\}=\frac{E(X^{\pi}(T))-C}{\sqrt{\mathrm{var}(X^{\pi}(T))}}=$$

$$\frac{\xi(T)\int_0^T\xi^{-1}(t)\bar{R}(t)^{\mathrm{T}}\pi(t)\mathrm{d}t+\left\{\xi(T)\left[x_0+\int_0^T\xi^{-1}(t)c(t)\mathrm{d}t-M(T)\right]-C\right\}}{\xi(T)\sqrt{\int_0^T\xi^{-2}(t)\pi(t)^{\mathrm{T}}\Omega(t)\pi(t)\mathrm{d}t+D(T)}},\tag{7}$$

这里 $x_0\xi(T),\int_0^T\xi^{-1}(t)c(t)\mathrm{d}t$ 和 $M(T)$ 都是常值，故问题(7) 等价于下面的二层优化问题：

$$\max_{\varepsilon\geq 0}\max_{\pi\in\Pi(\varepsilon)}\frac{\xi(T)\int_0^T\xi^{-1}(t)\bar{R}(t)^{\mathrm{T}}\pi(t)\mathrm{d}t+\left\{\xi(T)\left[x_0+\int_0^T\xi^{-1}(t)c(t)\mathrm{d}t-M(T)\right]-C\right\}}{\xi(T)\sqrt{\int_0^T\xi^{-2}(t)\pi(t)^{\mathrm{T}}\Omega(t)\pi(t)\mathrm{d}t+D(T)}},\tag{8}$$

其中 $\Pi(\varepsilon)=\left\{\pi\mid\int_0^T\xi^{-2}(t)\pi(t)^{\mathrm{T}}\Omega(t)\pi(t)\mathrm{d}t+D(T)=\varepsilon^2\right\}$. 先给定 $\varepsilon\geq 0$，求解里层优化问题，它等价于下列形式：

$$\begin{cases}\max\limits_{\pi\in\Pi(\varepsilon)}\int_0^T\xi^{-1}(t)\bar{R}(t)^{\mathrm{T}}\pi(t)\mathrm{d}t,\\ \mathrm{s.t}\quad\int_0^T\xi^{-2}(t)\pi(t)^{\mathrm{T}}\Omega(t)\pi(t)\mathrm{d}t+D(T)=\varepsilon^2.\end{cases}\tag{9}$$

利用 Lagrange 方法，容易算得

$$\pi_{\varepsilon}^*(t)=\frac{\sqrt{\varepsilon^2-D(T)}}{\|\varphi\|_T}\xi(t)\Omega^{-1}(t)\bar{R}(t),\tag{10}$$

其中 $\|\varphi\|_t^2=\int_0^t\bar{R}(s)^{\mathrm{T}}\Omega^{-1}(s)\bar{R}(s)\mathrm{d}s$.

将(10) 代入(9) 目标函数计算得到

$$\int_0^T\xi^{-1}(t)\bar{R}(t)^{\mathrm{T}}\pi_{\varepsilon}^*(t)\mathrm{d}t=\frac{\sqrt{\varepsilon^2-D(T)}}{\|\varphi\|_T}\int_0^T\bar{R}(t)^{\mathrm{T}}\Omega^{-1}(t)\bar{R}(t)\mathrm{d}t=\sqrt{\varepsilon^2-D(T)}\,\|\varphi\|_T,$$

于是问题(5) 转化为：

$$\max_{\varepsilon\geq 0}\frac{\sqrt{\varepsilon^2-D(T)}\,\|\varphi\|_T+G}{\varepsilon},\text{其中 }G=\left[x_0+\int_0^T\xi^{-1}(t)c(t)\mathrm{d}t-M(T)\right]-\frac{C}{\xi(T)},$$

利用微分法，即得到该问题的最优解：

$$\varepsilon=\sqrt{\left(\frac{D(T)\cdot\|\varphi\|_T}{G}\right)^2+D(T)}.\tag{11}$$

归纳以上讨论，得到以下定理.

定理 1 对给定的“灾难水平”($C\in\mathbf{R}$)，优化问题(3) 的最优解为：

$$\pi_{\varepsilon}^{*}(t)=\frac{\sqrt{\varepsilon^{2}-D(T)}}{\|\varphi\|_{T}}\xi(t)\Omega^{-1}(t)\bar{R}(t), \tag{12}$$

其中 $\varepsilon=\sqrt{\left(\frac{D(T)\cdot\|\varphi\|_{T}}{G}\right)^{2}+D(T)}$.

3　关于风险及投资策略的分析

1) 由式(12) 可得：

$$\frac{\partial\pi^{*}(t)}{\partial M(T)}=\frac{D(T)}{G^{2}}\xi(t)\Omega^{-1}(t)\bar{R}(t)>0,\frac{\partial\pi^{*}(t)}{\partial D(T)}=\frac{\xi(t)\Omega^{-1}(t)\bar{R}(t)}{G}>0.$$

推论 1　风险资产上的投资策略与投资期内的 $M(T)$ 正相关，即风险资产上的投资量随着累积索赔折现值的增加而增大.

推论 2　风险资产上的投资策略与投资期内的 $D(T)$ 正相关，即风险资产上的投资量随着承保风险的增加而增加.

注　上面结论表明，在安全第一准则下，随着累积折现值和承包风险的增大，保险公司愿意拿出更多的资金投资于风险资产. 事实上，保险公司在确定的“灾难”水平下，这样做的是为了抓住可能的投资机会以期取得更多的收益来填补因为索赔增加导致总资产减少的空缺. 而当承包风险越大时，由于风险资产的收益率较高，保险公司更倾向于投资风险资产以期获得更多收益.

2) 最优投资策略对应的风险(即终端财富 $X^{\pi^{*}}(t)$ 低于给定水平的概率) 是

$$\alpha=P(X^{\pi^{*}}(T)<C)\leq\frac{\operatorname{var}(X^{\pi^{*}}(T))}{[E(X^{\pi^{*}}(T))-C]^{2}}=\frac{\xi(T)^{2}\varepsilon^{2}}{\xi(T)^{2}[\sqrt{\varepsilon^{2}-D(T)}\cdot\|\varphi\|_{T}+G]^{2}}=$$

$$\frac{\left[\left(\frac{D(T)\|\varphi\|_{T}}{G}\right)^{2}+D(T)\right]}{\left[\frac{D(T)}{G}\|\varphi\|_{T}^{2}+G\right]^{2}}=\frac{D(T)}{D(T)\|\varphi\|_{T}^{2}+G^{2}}=\frac{D(T)}{D(T)\|\varphi\|_{T}^{2}+\left(H-\frac{C}{\xi(T)}\right)^{2}},$$

其中 $H=\left[x_{0}+\int_{0}^{T}\xi^{-1}(t)c(t)\mathrm{d}t-M(T)\right]$，即在没有投资的情况下，保险公司盈余过程的折现值. 由最优投资策略对应的风险水平 α 是 $D(T)$，$M(T)$ 和 C 的增函数，可得推论 3.

推论 3　在安全第一准则下，保险公司所愿意承受的风险随着承保风险的增大而增大，随着累积索赔折现值的增大而增大，随着灾难水平的降低而降低.

由均值 - 方差模型的概念，可知 α 与 C 之间的函数关系即为安全第一准则下的有效边界，如图 1 所示.

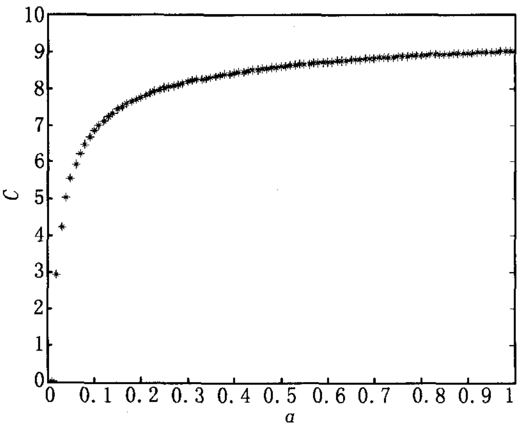

图1 安全第一准则有效边界

3) 在此策略下对应的期望终值财富是：

$$E(X(T))=\xi(T)\left[x_{0}+\frac{D(T)}{G}\cdot\|\varphi\|_{T}^{2}+\int_{0}^{T}\xi(t)^{-1}c(t)\mathrm{d}t-M(T)\right], \tag{13}$$

它是 $M(T)$ 的减函数，是 $D(T)$ 的增函数. 可得推论 4.

推论 4　随着累积索赔折现值的增大，期望财富值是减少的，也就是说当索赔值很大时，保险公司的收益将减少；随着承保风险的加大，保险公司的终值期望财富是增大的，即在安全第一准则下，风险越大，保险公司的收益将增加.

4　数据模拟

假设某保险公司的月初财富值为 200 万元，即 $x_0=2$，保费收取率为 16 万元 / 月，即 $c=0.16$，预计公司的索赔次数服从 $\lambda=4$ 的 Poisson 运动，而个别索赔额 Z_1

服从参数为 $\beta = 40$ 的指数分布. 若保险公司拿出部分资金进行投资，投资期限为一个月，即 $T = 1$.

若保险公司选择的投资对象有 6 个，分别为银行存款、上证综指、国债、企业债券、基金以及房地产. 基于数据的可获得性以及准确性，本文分别用 5 年期的银行定期存款收益率作为银行存款利率，用上证国债指数(000012) 收益率代替国债收益率，用上证企债(000013) 收益率代替企业债券收益率，用上证基金指数(000011) 收益率代替基金收益率，以及用地产指数(000006) 收益率代替房地产收益率. 数据来源于 RESSET 数据库以及中国人民银行网站，数据范围为 2006 年 1 月至 2013 年 12 月，共 96 个月度收益率数据. 假定银行存款收益率为无风险资产收益率，而其他资产的收益率为风险资产收益率. 已知 5 年期的存款收益率为 $r = 4.75\%$，则转化为月收益率为 $r = 0.077\ 374\%$. 运用 Eviews 软件求得风险资产的平均收益率和标准差以及相关系数矩阵见表 1，表 2.

表 1　五组风险资产的期望收益和标准差

	上证指数	地产指数	基金指数	国债指数	企债指数
期望收益	0.010 579	0.020 389	0.019 435	0.002 581	0.003 556
标准差	0.092 292	0.126 892	0.082 453	0.0044 87	0.009 098

表 2　风险资产相关系数矩阵

	上证指数	地产指数	基金指数	国债指数	企债指数
上证指数	1	0.755 155	0.912 507 8	−0.363 033	−0.352 815
地产指数	0.755 155	1	0.733 957	−0.280 950	−0.190 658
基金指数	0.912 508	0.733 957	1	−0.397 717	−0.364 282
国债指数	−0.363 033	−0.280 950	−0.397 717	1	0.777 842
企债指数	−0.352 815	−0.190 658	−0.364 282	0.777 842	1

假定股票市场的变动不会影响保险公司的承保. 保险公司要求整体风险水平不超过 100 万元，即 $C = 1$. 由协方差公式 $\sigma_{12} = \rho\sigma_1\sigma_2$，可以写出

$$\Omega = \begin{pmatrix} 0.092\ 3 & 0.008\ 8 & 0.006\ 9 & -0.000\ 1 & -0.000\ 3 \\ 0.008\ 8 & 0.126\ 9 & 0.007\ 7 & -0.000\ 2 & -0.000\ 2 \\ 0.006\ 9 & 0.007\ 7 & 0.082\ 5 & -0.000\ 1 & -0.000\ 3 \\ -0.000\ 1 & -0.000\ 2 & -0.000\ 1 & 0.004\ 5 & 0.000\ 0 \\ -0.000\ 3 & -0.000\ 2 & -0.000\ 3 & 0.000\ 0 & 0.009\ 1 \end{pmatrix},$$

从而容易算得：

$$\Omega^{-1} = \begin{pmatrix} 10.969\ 3 & -0.711\ 8 & -0.855\ 9 & 0.310\ 5 & 0.313\ 2 \\ -0.711\ 8 & 7.972\ 1 & -0.681\ 6 & 0.236\ 6 & 0.148\ 6 \\ -0.855\ 9 & -0.681\ 6 & 12.265\ 4 & 0.354\ 8 & 0.318\ 4 \\ 0.310\ 5 & 0.236\ 6 & 0.354\ 8 & 222.902\ 1 & -0.757\ 7 \\ 0.313\ 2 & 0.148\ 6 & 0.318\ 4 & -0.757\ 7 & 109.940\ 2 \end{pmatrix},$$

$$\bar{R} = (0.009\ 8 \quad 0.019\ 6 \quad 0.018\ 7 \quad 0.001\ 8 \quad 0.002\ 8)^{\mathrm{T}},$$

$$D(T) = \lambda E(Z_1^2)\int_0^T \xi(s)^{-2}\mathrm{d}s = 0.002\ 5, M(T) = \lambda E(Z_1)\int_0^T \xi(s)^{-1}\mathrm{d}s = 0.099\ 9,$$

根据式(12)，容易计算得到

$$\pi^* = \frac{\sqrt{\varepsilon^2 - D(T)}}{\|\varphi\|_T}\xi(t)\Omega^{-1}(t)\bar{R}(t) = \frac{D(T)}{G}\xi(t)\Omega^{-1}(t)\bar{R}(t) =$$

$$10^{-3}[0.1862\ 0.3239\ 0.4914\ 0.9774\ 0.7452].$$

因此当保险公司的整体风险水平不超过 100 万元时，该公司在股票、不动产、基金、国债以及企业债券上的投资额分别为 1 862 元、3 239 元、4 914 元、9 774 元以及 7 452 元. 可以看出该公司在国债以及企业债券上的资金投资量相对较多，在不动产以及基金上的资金投资量较少，而在股票市场上的资金投资量最少. 这主要是

因为债券的安全性最高，而股票市场的安全性最低．因此，在安全第一准则的模型下，保险公司在获得收益的前提下很好地控制了风险，说明了模型的合理性．将 π^* 代入(13) 式可以算得保险公司以此策略投资下的月末期望财富为 $E(X(T)) = 206.15$(万元)，月增长率达到 3.08%．如果保险公司以所有盈余仅投资债券，月末期望财富为 $E(X(T)) = 200.15$(万元)，净差为 6 万元，所以在安全第一的条件下，进行风险投资对保险公司而言是一举两得的事．

参 考 文 献

[1] Kahane Y. Generation of Investable Funds and the Portfolio Behavior of the Non Life Insurance[J]. Journal of Risk and Insurance, 1978, 45(1): 65-77.

[2] Briys E P. Investment portfolio behavior of non-life insurers: a utility analysis[J]. Insurance: Mathematics and Economics, 1985(4): 93-98.

[3] Browne S. Optimal investment policies for a firm with a random risk process: exponential utility and minimizing the probability of ruin [J]. Mathematics of Operations Research, 1995, 20: 937-958.

[4] Yang H L, Zhang L H. Optimal investment for insurer with jump diffusion risk process[J]. Insurance: Mathematics & Economics, 2005, 37: 615-634.

[5] Wang N. Optimal investment for an insurer with exponential utility preference[J]. Insurance: Mathematics and Economics, 2007, 40(1): 77-84.

[6] Hipp C, Plum M. Optimal investment for insurers[J]. Insurance: Mathematics & Economics, 2000(27): 215-228.

[7] Hipp C, Plum M. Optimal investment for investor with state dependent income, and for insurers[J]. Finance and Stochastics, 2003, 7: 299-321.

[8] Wang Z W, Xia J M, Zhang L H. Optimal investment for an insurer: the martingale approach[J]. Insurance: Mathematics and Economics, 2007, 40(2): 322-334.

[9] 郭文旌，赵成国，袁建辉．跳跃扩散市场的最优保险投资决策[J]．系统工程理论与实践，2011, 31(4): 749-760.

[10] Roy A D. Safety-first and the holding of assets[J]. Econometrical, 1952, 20(3): 431-449.

[11] Li D, Chan T F. Ng W L. Safety-first dynamics portfolio selection[J]. Dynamics of Continuous, Discrete and Impulsive System, 1998, 4: 585-600.

[12] 李仲飞，姚　京．安全第一准则下的动态资产组合选择[J]．系统工程理论与实践，2004, 41(1): 41-45.

[13] Li Z F, Yao J, Li D. Behavior patterns of investment strategies under Roy's safety-first principle[J]. The Quarterly Review of Economics and Finance, 2010, 50: 167-179.

Optimal Portfolio Selection Bounded by Safety-first Criterion for Insurer

GUO Wenjing, GAO Congyan

(School of Finance, Nanjing University of Finance & Economics, Nanjing 210046, China)

Abstract: We assume that the surplus of an insurer follows the compound Poisson risk process and the insurer would invest his wealth in a financial market, which consists of one-free bond and n risky assets. The safety-first criterion is chosen to establish a model under a given disaster level. By Lagrange multiplier method and multi-layer optimization model, the explicit expression of optimal investment strategy and efficient frontier is derived. Then the optimal investment strategies and efficient frontier affected by the discounted value of the cumulative claims and claim risk are analyzed. Finally, the investment procedure is simulated by datum.

Keywords: safety-first criterion; insurance investment; Lundberg-Cramér model; efficient frontier