第 44 卷 第 4 期
2016 年 7 月

河南师范大学学报(自然科学版)
Journal of Henan Normal University(Natural Science Edition)

Vol. 44 No. 4
Jul. 2016

文章编号:1000－2367(2016)04－0034－05 DOI:10.16366/j.cnki.1000－2367.2016.04.006

强度 m 的对称正交表构造的新结果

赵 芳[1]，马玉磊[1]，董 乐[2a,b]，杜 蛟[2a,b]

(1.新乡学院 计算机与信息工程学院，河南 新乡 453003；2.河南师范大学 a.数学与信息科学学院；
b.大数据统计分析与优化控制河南省工程实验室，河南 新乡 453007)

摘 要:对于给定的一个对称正交表 K_1，通过对正交表的行进行分析，提出了一个构造正交分划 $\{K_1,K_2,\cdots,K_{q^k}\}$ 的方法，得到的这个正交分划可以直接用于高强度对称正交表的构造，在一定条件下还讨论了正交分划中正交表的强度. 在此基础上，对已有的高强度对称正交表的递归构造方法做了进一步推广，给出了一个新的对称正交表的构造方法. 最后，还给出了一些实例.

关键词:对称正交表；递归构造；Q^n 的正交分划；平衡性

中图分类号:O212.6 **文献标志码**:A

对于一个 $w\times n$ 矩阵 $L=(a_1,a_2,\cdots,a_n)$，若其第 i 列的元素来自于集合 $\{0,1,\cdots,p_{i-1}\}$，并且其任意 t 列所构成的 $w\times t$ 子矩阵的行向量中包含所有可能的 $1\times t$ 向量相同的次数，这时 L 就是一个强度为 t 的正交表(Orthogonal Array). 如果每一列中的符号数都是相等的，L 就是一个对称正交表，否则就是非对称正交表[1-3]. 正交表最初被用于试验设计中[1-2]，随着对正交表研究的深入，由于它每一列中每个符号出现的概率都是相等的，这个性质恰好满足了密码学、编码学在某些问题中对信息串中的符号出现的平衡性的要求[4-5]. 文献[4－5] 的研究表明，某些特殊的给定参数的对称正交表的构造等价于对应参数的相关免疫函数的构造，而相关免疫性是密码体制中密码函数抵抗相关攻击的一个必要条件，文献[6]的结果表明，正交表与解耦方案(Decoupling Scheme)是等价的，这些研究结果更加激发了人们对正交表相关问题的研究兴趣，这些问题包括给定参数的对称正交表的构造[3,7-8]，正交表的同构问题等[2,4]，特别是文献[4] 全面深入地介绍了正交表与代数编码，组合设计，以及相关免疫函数(弹性函数)间的相互联系. 对称正交表作为一种组合设计构型，正在受到越来越多的关注[4-10]. 文献[7]提出了 n 维空间 $GF(p)^n$ 的正交分划的概念，通过构造有限维空间 $GF(p)^n$ 的正交分划来得到具有某种参数的正交表. 文献[8]在文献[7]的基础上进一步研究了这个问题，提出了新的构造正交表的方法. 本文在文献[7－8]的基础上进一步研究在不同强度的对称正交表的构造问题.

希望能通过行数和列数较少的正交表通过递归得到行数和列数较多的正交表，文献[7] 通过正交分划给出了一个很有效的递归构造，但是在实际问题中，并不能保证文献[7] 中引理 2.1 中的(I) 和(II) 都是正交分划，一个常见的情况就是当(I) 是 d_1- 正交分划，而 $B_1,B_2,\cdots,B_{q^k}$ 是强度可能相同也可能不同的正交表，且 $B_1,B_2,\cdots,B_{q^k}$ 不能构成空间 Q^m 的分划，如何利用行数和列数较少的正交表，通过递归构造方法得到行数和列数较多的正交表，本文将对这些问题做进一步研究.

1 预备知识

定义 1 若非空集 S 的一组子集 $\{S_\lambda \mid \lambda\in I\}$，这里 I 为指标集，满足如下的两个条件:

收稿日期:2015-10-20；**修回日期**:2016-05-13.

基金项目:国家自然科学基金(U1404601；61402154；11571094；11501181)

第 1 作者简介:赵 芳(1981－)，女，河南新乡人，新乡学院讲师，研究方向为数据库数据挖掘，计算机数学.

通信作者:杜 蛟(1978－)，男，湖北英山人，河南师范大学讲师，博士，研究方向为密码学与应用数学，E-mail: jiaodudj@126.com.

1) $S=\bigcup_{\lambda\in I}S_\lambda$；

2) $S_\lambda\cap S_\mu=\phi,\lambda\neq\mu$，这里 $\lambda,\mu\in I$，

则称 $\{S_\lambda\}$ 叫作集合 S 的一个分划. 进一步，若对于任意的 $\lambda\in I$，都有 $|S_\lambda|=\frac{|S|}{|I|}$，则称分划 $\{S_\lambda\}$ 是平衡的.

定义 2[7]　设 $Q=\{0,1,\cdots,q-1\}$ 是一个任意取定的抽象集合，Q^n 为全体 q 元 n 维向量构成的集合，如果 $\{A_1,A_2,\cdots,A_{q^k}\}$ 构成空间 Q^n 的一个平衡的分划，并且每一个 $A_i(1\leq i\leq q^k)$ 中的 q 元 n 维向量构成一个正交表 $\mathrm{OA}(q^{n-k},n,q,d)$，则称 $\{A_1,A_2,\cdots,A_{q^k}\}$ 是 Q^n 的一个 d- 正交分划，其中的 q^k 称为分划容量.

为了简单和方便，本文中若没有特别说明，把一个向量集合看作一个矩阵，矩阵的行向量是该集合中的元素. 1_r 表示由 r 个 1 构成的列向量，1_r^{T} 表示 1_r 的转置.

定义 3[11]　如果矩阵 $A=(a_{ij})_{n\times m}$，矩阵 $B=(b_{ij})_{s\times t}$，则矩阵 A 和 B 的 Kronecker 积 $A\otimes B$ 定义为 $A\otimes B=(a_{ij}\cdot B)_{sn\times tm}$，其中的 $a_{ij}\cdot B$ 是指 B 中的每个元素都乘以 a_{ij}.

引理 1[7]　若有 Q^n 上的 d_1- 正交分划

$$\text{(I)}\ A_1,A_2,\cdots,A_{q^k},$$

和 Q^m 上的 d_2- 正交分划

$$\text{(II)}\ B_1,B_2,\cdots,B_{q^k},$$

假设 $u=q^{m-k},v=q^{n-k}$，那么下列矩阵都是强度为 d_1+d_2+1 的正交表，并且它们构成 Q^{n+m} 空间的 (d_1+d_2+1)- 正交分划：

$$K_1=\begin{bmatrix}A_1\otimes 1_u & 1_v\otimes B_1\\ A_2\otimes 1_u & 1_v\otimes B_2\\ \vdots & \vdots\\ A_{q^k}\otimes 1_u & 1_v\otimes B_{q^k}\end{bmatrix},K_2=\begin{bmatrix}A_1\otimes 1_u & 1_v\otimes B_2\\ A_2\otimes 1_u & 1_v\otimes B_3\\ \vdots & \vdots\\ A_{q^k-1}\otimes 1_u & 1_v\otimes B_{q^k-1}\\ A_{q^k}\otimes 1_u & 1_v\otimes B_1\end{bmatrix},\cdots,K_{q^k}=\begin{bmatrix}A_1\otimes 1_u & 1_v\otimes B_{q^k}\\ A_2\otimes 1_u & 1_v\otimes B_1\\ \vdots & \vdots\\ A_{q^k-1}\otimes 1_u & 1_v\otimes B_{q^k-2}\\ A_{q^k}\otimes 1_u & 1_v\otimes B_{q^k-1}\end{bmatrix}.$$

2　主要结果

定理 1　设 $A_1,A_2,\cdots,A_{q^k}$ 是空间 Q^n 上的 d_0- 正交分划，$B_{1,1},B_{2,1},\cdots,B_{q^k,1}$ 都是空间 Q^m 上的 q^k 个正交表，且 $B_{i,1}$ 的强度为 d_i. 若对任意的 $1\leq i\leq q^k$，都存在集合 $B_{i,2},B_{i,3},\cdots,B_{i,q^k}$，使得 $\{B_{i,1},B_{i,2},\cdots,B_{i,q^k}\}$ 构成一个 d_i- 正交分划，那么下列矩阵都是强度为 d 的正交表，并且它们构成 Q^{n+m} 空间的 d- 正交分划，这里 $d\geq\min\{d_i\mid 1\leq i\leq q^k\}$，$u=q^{m-k}$，$v=q^{n-k}$，

$$K_1=\begin{bmatrix}A_1\otimes 1_u & 1_v\otimes B_{1,1}\\ A_2\otimes 1_u & 1_v\otimes B_{2,1}\\ \vdots & \vdots\\ A_{q^k}\otimes 1_u & 1_v\otimes B_{q^k,1}\end{bmatrix},K_2=\begin{bmatrix}A_1\otimes 1_u & 1_v\otimes B_{1,2}\\ A_2\otimes 1_u & 1_v\otimes B_{2,2}\\ \vdots & \vdots\\ A_{q^k}\otimes 1_u & 1_v\otimes B_{q^k,2}\end{bmatrix},\cdots,K_{q^k}=\begin{bmatrix}A_1\otimes 1_u & 1_v\otimes B_{1,q^k}\\ A_2\otimes 1_u & 1_v\otimes B_{2,q^k}\\ \vdots & \vdots\\ A_{q^k}\otimes 1_u & 1_v\otimes B_{q^k,q^k}\end{bmatrix},$$

记 $U=\begin{bmatrix}A_1\otimes 1_u\\ A_2\otimes 1_u\\ \vdots\\ A_{q^k}\otimes 1_u\end{bmatrix},V=\begin{bmatrix}1_v\otimes B_{1,1}\\ 1_v\otimes B_{2,1}\\ \vdots\\ 1_v\otimes B_{q^k,1}\end{bmatrix}$.

证明　首先证明 $K_1,K_2,\cdots,K_{q^k}$ 都是强度 d 的正交表，并且 $d\geq\min\{d_i\mid 1\leq i\leq q^k\}$，取 $d_{\min}=\min\{d_i\mid 1\leq i\leq q^k\}$. 注意到强度为 $d+1$ 的正交表都是强度 d 的正交表，这里只需要证明 $K_1,K_2,\cdots,K_{q^k}$ 都是强度 $d_{\min}$ 的正交表即可，这里只证明 K_1 是强度 $d_{\min}$ 的正交表，其他的类似可证.

根据强度 $d_{\min}$ 的正交表的定义，从矩阵 K_1 中任选出 $d_{\min}$ 列都是一个强度为 $d_{\min}$ 的正交表，分以下几种情况讨论.

情形 1　若选出的 $d_{\min}$ 列都来自于矩阵 K_1 的子块 U，此时有 $d_{\min}\leq n$，同时注意到 $\{A_1,A_2,\cdots,A_{q^k}\}$ 是 Q^n 上的 d_0- 正交分划，因而 U 是一个强度为 n 的正交表，当然也是一个 $d_{\min}$ 的正交表.

情形 2 若选出的 $d_{\min}$ 列都来自于矩阵 K_1 的子块 V，此时有 $d_{\min} \leq m$，由于 $B_{1,1}, B_{2,1}, \cdots, B_{q^k,1}$ 都是空间 Q^m 上的 q^k 个正交表，且 $B_{i,1}$ 的强度为 d_i，因而 $B_{1,1}$，$B_{2,1}$，$\cdots$，$B_{q^k,1}$ 都是强度为 $d_{\min}$ 的正交表，从子块 V 中任意选出的 $d_{\min}$ 列都构成一个强度为 $d_{\min}$ 的正交表.

情形 3 若选取的 $d_{\min}$ 列中有 t_1 列来自于子块 U，其他的 $t_2 = d_{\min} - t_1$ 列来自于子块 V. 类似于文献[7]中推论 3.7 的证明方法，此时所选出的 $d_{\min}$ 列也构成一个强度为 $d_{\min}$ 的正交表.

下面证明 K_1，K_2，$\cdots$，K_{q^k} 构成空间 Q^{n+m} 的一个正交分划. 注意到每一个 $K_i(1 \leq i \leq q^k)$ 的行数都是 q^{n+m-k}，因而它们的总行数为 q^{n+m}，根据正交分划的定义，只需要证明对于空间 Q^{n+m} 的任意一个向量，它在而且只在某一个 K_i 中出现即可. 也就是说，对于给定空间 Q^{n+m} 的一个向量 $(X,Y) = (x_1, x_2, \cdots, x_n, y_1, y_2, \cdots, y_m)$ 都能找到唯一一个 K_i，而向量 (X,Y) 恰好是 K_i 的一个行向量，其中 $X = (x_1, x_2, \cdots, x_n)$，$Y = (y_1, y_2, \cdots, y_m)$. 下面给出一个由给定的空间 Q^{n+m} 的一个向量 (X,Y) 来确定 K_i 的方法.

1) 首先，对于任意的 $X \in Q^n$，由于 $A_1, A_2, \cdots, A_{q^k}$ 是空间 Q^n 上的 d_0- 正交分划，因而必然存在唯一的 A_i，使得 $X \in A_i$，从而向量 (X,Y) 必然在某一个分块矩阵 $(A_i \otimes 1_u,\ 1_v \otimes B_{i,j})$ 中.

2) 其次，对于任意的 $Y \in Q^m$，由于 $\{B_{i,1}, B_{i,2}, \cdots, B_{i,q^k}\}$ 构成一个 d_i- 正交分划，因而对于已经确定的 i，必然可以找到一个唯一的 $B_{i,j}$，使得 $Y \in B_{i,j}$.

综上，$K_1, K_2, \cdots, K_{q^k}$ 构成 Q^{n+m} 的一个 d- 正交分划，这里 $d \geq \min\{d_i \mid 1 \leq i \leq q^k\}$.

在上述的定理 1 中，$B_{1,1}, B_{2,1}, \cdots, B_{q^k,1}$ 都是空间 Q^m 上的 q^k 个正交表，由于这些正交表的结构关系未知，因而正交表 V 的强度不能判断，但是当它们的强度满足一定的条件时，有推论 1.

推论 1 概念和定义如前面定理 1 所述，若 $d_j = \min\{d_i \mid 1 \leq i \leq q^k\}$，并且对于任意的 $1 \leq i \leq j \leq q^k$，都有 $d_i > d_j$ 成立，那么定理 1 中的正交分划 $\{K_1, K_2, \cdots, K_{q^k}\}$ 一定是 d_j- 正交分划.

证明 首先，由定理 1 可知 $\{K_1, K_2, \cdots, K_{q^k}\}$ 一定是 d_j- 正交分划. 其次，由于 $B_{j,1}$ 的强度为 d_j，而且不是强度 $d_j + 1$ 的，因而正交表 V 的强度也一定是 d_j. 这就完成了证明.

定理 2 设 $A_1, A_2, \cdots, A_{q^k}$ 都是空间 Q^n 上的 d_0- 正交分划，$B_1, B_2, \cdots, B_{q^k}$ 都是空间 Q^m 上的 $\mathrm{OA}(q^t, n, q, d)$. 若

$$B_0 = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_{q^k} \end{pmatrix}$$

是一个强度为 $d+1$ 的正交表，记 $u = q^t$，$v = q^{n-k}$，那么如下的矩阵 K 是强度为 $d+1$ 的正交表：

$$K = \begin{pmatrix} A_1 \otimes 1_u & 1_v \otimes B_1 \\ A_2 \otimes 1_u & 1_v \otimes B_2 \\ \vdots & \vdots \\ A_{q^k} \otimes 1_u & 1_v \otimes B_{q^k} \end{pmatrix}，记 A = \begin{pmatrix} A_1 \otimes 1_u \\ A_2 \otimes 1_u \\ \vdots \\ A_{q^k} \otimes 1_u \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1_v \otimes B_1 \\ 1_v \otimes B_2 \\ \vdots \\ 1_v \otimes B_{q^k} \end{pmatrix}.$$

证明 不妨从矩阵 K 中任选出 $d+1$ 列，不失一般性，将选出的这 $d+1$ 列记为 $a_{i1}, a_{i2}, \cdots, a_{id}, a_{id}+1$，这里 $i_1 < i_2 < \cdots < i_d < i_{d+1}$. 由强度为 $d+1$ 正交表的定义，只需证明空间 Q^{d+1} 中的每一个向量在矩阵 $K^{d+1} = (a_{i1}, a_{i2}, \cdots, a_{i_d+1})$ 的行向量中都出现，并且出现的次数相等. 分以下几种情况讨论.

情形 1 若选出的 $d+1$ 列都来自于矩阵 K 的子块 A，注意到此时 $\{A_1, A_2, \cdots\cdots, A_{q^k}\}$ 是空间 Q^n 上的正交分划，因而所选的 $d+1$ 列必然构成一个强度为 $d+1$ 的正交表；

情形 2 若选出的 $d+1$ 列都来自于矩阵 K 的子块 B，由已知条件 B_0 是一个强度为 $d+1$ 的正交表可知，所选的 $d+1$ 列必然构成一个强度为 $d+1$ 的正交表；

情形 3 若所选的 $d+1$ 列中有 t_1 列来自于子块 A，记为 $A^{t_1} = (a_{i1}, a_{i2}, \cdots, a_{i_{t_1}})$，$t_2$ 列来自于子块 B，记为 $B^{t_2} = (a_{i_{t1+1}}, a_{t_{1+2}}, \cdots, a_{i_d},\ a_{t_1+t_2})$，这里 $d+1 = t_1 + t_2$. 让

$$A^{t_1}=\begin{pmatrix}A_1^{t_1}\otimes 1_u\\A_2^{t_1}\otimes 1_u\\\vdots\\A_{q^k}^{t_1}\otimes 1_u\end{pmatrix},B^{t_2}=\begin{pmatrix}1_v\otimes B_1^{t_2}\\1_v\otimes B_2^{t_2}\\\vdots\\1_v\otimes B_{q^k}^{t_2}\end{pmatrix},$$

显然有 $t_1\geq 1$，$i_{t_1}\leq n$，$i_{t_1+1}\leq n+1$，从而 $t_2\leq d$. 由于 B_i 都是强度为 d 的正交表，因而 Q^{t_2} 中的每一个向量在矩阵 $B_i^{t_2}(1\leq i\leq 9)$ 的行向量中都出现相同次数为 q^{t-t_2}. 这就说明空间 Q^{d+1} 中的每一个向量在下列矩阵的行向量中都出现相同的次数：

$$\begin{pmatrix}A_1^{t_1}\otimes 1_u & 1_v\otimes B_1^{t_2}\\A_2^{t_1}\otimes 1_u & 1_v\otimes B_2^{t_2}\\\vdots & \vdots\\A_{q^k}^{t_1}\otimes 1_u & 1_v\otimes B_{q^k}^{t_2}\end{pmatrix}.$$

综上所述，矩阵 K 是强度为 $d+1$ 的正交表，证毕.

3　说明性的例子

例 1　在定理 1 中，设 $n=m=3$，$Q=\{0,1\}$，若 $K_1=\begin{pmatrix}A_1\otimes 1_4 & 1_4\otimes B_{1,1}\\A_2\otimes 1_4 & 1_4\otimes B_{2,1}\end{pmatrix}$，这里

$$A_1=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&1&1\\1&0&1\\1&1&0\end{pmatrix},A_2=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\\1&1&1\end{pmatrix},B_{1,1}=\begin{pmatrix}0&1&1\\0&0&1\\1&0&0\\1&1&0\end{pmatrix},B_{2,1}=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\\1&1&1\end{pmatrix},$$

那么此时有

$$B_{1,2}=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&1&0\\1&0&1\\1&1&1\end{pmatrix},B_{2,2}=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&1&1\\1&0&1\\1&1&0\end{pmatrix}.$$

注意到 $\{B_{1,1},B_{1,2}\}$ 构成空间 $\{0,1\}^3$ 的一个 1- 正交分划，$\{B_{2,1},B_{2,2}\}$ 构成空间 $\{0,1\}^3$ 的一个 2- 正交分划，根据定理 1 和推论 1 可知 $\{K_1,K_2\}$ 构成空间 $\{0,1\}^6$ 的一个 1- 正交分划，其中 $K_2=\begin{pmatrix}A_1\otimes 1_4 & 1_4\otimes B_{1,2}\\A_2\otimes 1_4 & 1_4\otimes B_{2,2}\end{pmatrix}$. 在 K_1 的子块 $B_{1,1}$ 和 $B_{2,1}$ 中，它们有相同的行，它们不是空间 $\{0,1\}^3$ 的正交分划，因而不能由文献[7]中的方法得到正交分划，而只能由本文中定理 1 中的方法来得到正交分划.

例 2　在定理 2 中，设 $A_1=(00)$，$A_2=(01)$，$A_3=(02)$，$A_4=(10)$，$A_5=(11)$，$A_6=(12)$，$A_7=(20)$，$A_8=(21)$，$A_9=(22)$，$B_1=B_4=B_7$，$B_2=B_5=B_8$，$B_3=B_6=B_9$，其中 $B_1=\begin{pmatrix}0&2&0\\1&0&1\\2&1&2\end{pmatrix}$，$B_2=\begin{pmatrix}0&0&2\\1&1&0\\2&2&1\end{pmatrix}$，$B_3=\begin{pmatrix}0&1&1\\1&2&2\\2&0&0\end{pmatrix}$，注意到 $\{A_1,A_2,\cdots,A_9\}$ 是一个强度为 0 的正交分划，B_1，B_2，B_3 都是强度为 1 的正交表，易知 $\bigcup_{i=1}^{3}B_i$ 是一个强度为 2 的正交表，故矩阵 B 也是一个强度为 2 的正交表. 由定理 2 可知如下的矩阵是一个强度为 2 的正交表：

$$K=\begin{bmatrix} A_1 \otimes 1_3 & B_1 \\ A_2 \otimes 1_3 & B_2 \\ A_3 \otimes 1_3 & B_3 \\ A_4 \otimes 1_3 & B_1 \\ A_5 \otimes 1_3 & B_2 \\ A_6 \otimes 1_3 & B_3 \\ A_7 \otimes 1_3 & B_1 \\ A_8 \otimes 1_3 & B_2 \\ A_9 \otimes 1_3 & B_3 \end{bmatrix}.$$

4 结束语

正交分划在高强度正交表的构造中发挥着重要的作用，基于文献[7－8]中的方法，对于定理1中给定的 K_1 形式的正交表，本文给出了一个得到正交分划的方法，本文的方法是对文献[5,7－8]中正交分划构造方法的补充，利用本文的结果，结合文献[7－8]可以得到其他的高强度正交表. 但是定理1中给出的对于 K_1 形式的正交表，如何确定其强度的准确值是一个值得进一步研究的问题. 上述定理2将文献[7]中推论3.7的条件进一步降低，得到了一个新的构造方法. 实际上，正交表 B_0 可以看作是一个可分解正交表，如何由可分解正交表来得到高强度正交表是我们下一步要做的工作.

参 考 文 献

[1] 庞善起. 正交表的构造及其应用[D]. 西安:西安电子科技大学,2003.

[2] 张应山. 正交表的数据分析及其构造[D]. 上海:华东师范大学,2006.

[3] 杨子胥. 正交表的构造[M]. 济南:山东人民出版社,1978.

[4] Hedayat A S, Sloane N J A, Stufken J . Orthogonal Arrays Theory and Applications[M]. New York: Springer,1999.

[5] 温巧燕,杨义先. 弹性函数的递归构造[J]. 北京邮电大学学报,2002,25(2):47-51.

[6] Martin R, Pawel W. Equivalence of decoupling schemes and orthogonal arrays[J]. IEEE Transactions on information theory,2016,52(9):4171-4181.

[7] 杜 蛟,王守印,温巧燕,等. 强度 m 的对称正交表的递归构造[J]. 应用数学学报,2012,35(2):232-244.

[8] Du Jiao, Wen Qiaoyan , Zhang Jie, et al. New constructions of symmetric orthogonal arrays of strength t[J]. IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, communications and computer science,2013,E96-A(9):1901-1904.

[9] Pang Shanqi, Wang Yajuan, Chen Guangzhou, et al. The existence of a class of mixed orthogonal arrays[J]. IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, communications and computer science,2016,E99-A(4):863-868.

[10] 王 蕊,田 亮. 强度为 t 的2水平正交表的结构[J]. 河南师范大学学报(自然科学版),2013,41(3):33-36.

[11] 倪国熙. 常用的矩阵理论和方法[M]. 上海:上海科学技术出版社,1984.

New Results on Constructions of Symmetrical Orthogonal Arrays of Strength *m*

ZHAO Fang[1], MA Yulei[1], DONG Le[2a,b], DU Jiao[2a,b]

(1. College of Computer and Engineering, Xinxiang University, Xinxiang 453003, China; 2. a. College of Mathematics and Information Science; b. Henan Engineering Laboratory for Big Data Statistical Analysis and Optimal Control, Henan Normal University, Xinxiang 453007, China)

Abstract: In this paper, a method is proposed to construct orthogonal partition of space Q^n for given orthogonal array K_1, and K_1 is belong to the orthogonal partition $\{K_1, K_2, \cdots, K_{q^k}\}$ constructed according to this method. The orthogonal partitions constructed in our method can be used to construct symmetrical orthogonal arrays of strength m. Based on these results, the recursive construction method is generalized, and a new method to construct symmetric orthogonal arrays is presented. Lastly, some examples are given to demonstrate our methods.

Keywords: symmetric orthogonal array; recursive construction; orthogonal partition of space Q^n; balancedness